CÔNG THỨC SUY DẪN TRONG MÔ HÌNH DỮ LIỆU DẠNG KHỐI

Trịnh Đình Thắng[1], Trần Minh Tuyến[2], Trịnh Ngọc Trúc[3]

[1] ĐHSP Hà Nội 2, [2] ĐH Công đoàn, [3] ĐHSP Hà Nội 2

thangsp2@yahoo.com, tuyentm@dhcd.edu.vn, tructn@yahoo.com

TÓM TẮT- *Báo cáo đề xuất khái niệm công thức suy dẫn trong mô hình dữ liệu dạng khối, phát biểu và chứng minh một số tính chất về công thức suy dẫn, tính chất của họ tập đóng và khối chân lý trong lược đồ khối, điều kiện cần và đủ về khối chân lý của một hội suy dẫn, thuật toán xây dựng hội suy dẫn nhận một khối nhị phân làm khối chân lý,... Ngoài ra, điều kiện cần và đủ để một công thức Boolean có thể biểu diễn qua một hội suy dẫn cũng đã được phát biểu và chứng minh ở đây.*

Từ khóa: *Công thức suy dẫn, công thức Boolean, khối chân lý, lược đồ khối.*

I. MÔ HÌNH DỮ LIỆU DẠNG KHỐI

A. Khối, lược đồ khối

Định nghĩa I.1 [1]

Gọi $R = (id; A_1, A_2,..., A_n)$ *là một bộ hữu hạn các phần tử, trong đó* id *là tập chỉ số hữu hạn khác rỗng,* A_i (i=1..n) *là các thuộc tính. Mỗi thuộc tính* A_i (i=1..n) *có miền giá trị tương ứng là* $dom(A_i)$. *Một khối* r *trên* R, *kí hiệu* r(R) *gồm một số hữu hạn phần tử mà mỗi phần tử là một họ các ánh xạ từ tập chỉ số* id *đến các miền trị của các thuộc tính* A_i (i=1..n).

Nói một cách khác:

$t \in r(R) \Leftrightarrow t = \{ t^i : id \rightarrow dom(A_i)\}_{i=1..n}$.

Ta kí hiệu khối đó là r(R) hoặc $r(id; A_1, A_2,..., A_n)$, đôi khi nếu không gây nhầm lẫn ta kí hiệu đơn giản là r.

Định nghĩa I.2 [1]

Cho $R = (id; A_1, A_2,..., A_n)$, r(R) *là một khối trên* R. *Với mỗi* $x \in id$ *ta kí hiệu* $r(R_x)$ *là một khối với* $R_x = (\{x\}; A_1, A_2,..., A_n)$ *sao cho*:

$t_x \in r(R_x) \Leftrightarrow t_x = \{t^i_x = t^i\big|_x\}_{i=1..n}$, *ở đây* $t \in r(R)$, $t = \{ t^i : id \rightarrow dom(A_i)\}_{i=1..n}$,

Khi đó $r(R_x)$ *được gọi là một lát cắt trên khối* r(R) *tại điểm* x.

B. Phụ thuộc hàm

Sau đây, để cho đơn giản ta sử dụng các kí hiệu:

$$x^{(i)} = (x; A_i) \; ; \; id^{(i)} = \{x^{(i)} \mid x \in id\}.$$

Ta gọi $x^{(i)}$ ($x \in id$, i = 1..n) là các thuộc tính chỉ số của lược đồ khối $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$.

Định nghĩa I.3 [1]

Cho $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$, r(R) *là một khối trên* R *và* $X, Y \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, $X \rightarrow Y$ *là kí hiệu một phụ thuộc hàm. Một khối* r *thoả* $X \rightarrow Y$ *nếu:*

$$\forall t_1, t_2 \in R \text{ sao cho } t_1(X) = t_2(X) \text{ thì } t_1(Y) = t_2(Y).$$

Định nghĩa I.4 [3]

Cho lược đồ khối $\alpha = (R,F)$, $R = (id; A_1, A_2,..., A_n)$, F *là tập các phụ thuộc hàm trên* R. *Khi đó bao đóng của* F *kí hiệu* F^+ *được xác định như sau*:

$$F^+ = \{ X \rightarrow Y \mid F \quad X \rightarrow Y \}.$$

Nếu $X = \{x^{(m)}\} \subseteq id^{(m)}$, $Y = \{y^{(k)}\} \subseteq id^{(k)}$ thì ta kí hiệu phụ thuộc hàm $X \rightarrow Y$ đơn giản là $x^{(m)} \rightarrow y^{(k)}$.

Khối r thoả $x^{(m)} \rightarrow y^{(k)}$ nếu với mọi $t_1, t_2 \in r$ sao cho $t_1(x^{(m)}) = t_2(x^{(m)})$ thì $t_1(y^{(k)}) = t_2(y^{(k)})$.

Trong đó: $t_1(x^{(m)}) = t_1(x; A_m)$, $t_2(x^{(m)}) = t_2(x; A_m)$,

$t_1(y^{(k)}) = t_1(y; A_k)$, $t_2(y^{(k)}) = t_2(y; A_k)$.

Về sau, để thuận tiện khi sử dụng ta kí hiệu các tập con phụ thuộc hàm trên R:

$F_h = \{ X \rightarrow Y \mid X = \bigcup_{i \in A} x^{(i)}, Y = \bigcup_{j \in B} x^{(j)}$, $A, B \subseteq \{1,2,...,n\}$ và $x \in id \}$,

$F_{hx} = F_h\big|_{\bigcup_{i=1}^{n} x^{(i)}} = \{ X \rightarrow Y \in F_h \mid X, Y \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} x^{(i)} \}$.

Định nghĩa I.5 [3]

Cho lược đồ khối $\alpha=(R,F_h)$, $R=(id; A_1, A_2,..., A_n)$, *khi đó* F_h *được gọi là tập đầy đủ các phụ thuộc hàm nếu* F_{hx} *là như nhau với mọi* $x\in id$.

Một cách cụ thể hơn:

F_{hx} gọi là như nhau với mọi $x \in$ id nghĩa là: $\forall$ x, y$\in$ id: $M \longrightarrow N \in F_{hx} \Leftrightarrow M' \longrightarrow N' \in F_{hy}$

với M', N' tương ứng tạo thành từ M, N nhờ việc thay x bởi y.

C. Bao đóng của tập thuộc tính chỉ số

Định nghĩa I.6 [4]

Cho lược đồ khối $\alpha=(R,F)$, $R=(id; A_1, A_2,..., A_n)$, F *là tập các phụ thuộc hàm trên* R.

Với mỗi $X \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, *ta định nghĩa bao đóng của* X *đối với* F *kí hiệu* X^+ *như sau*:

$$X^+ = \{x^{(i)}, x \in id, i = 1..n \mid X \rightarrow x^{(i)} \in F^+\}.$$

Ta kí hiệu tập tất cả các tập con của tập hợp $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$ là tập SubSet($\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$).

Cho $\Re, \Im \subseteq$ SubSet ($\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$) và M, P $\in$ SubSet($\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$), khi đó ta định nghĩa phép toán $\oplus$ trên SubSet($\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$) như sau:

$M \oplus P = MP$ (hợp của 2 tập con M và P : $M \cup P$),

$M \oplus \Re = \{MX \mid X \in \Re\}$,

$\Re \oplus \Im = \{XY \mid X \in \Re, Y \in \Im\}$.

D. Khoá của lược đồ khối α = (R,F)

Định nghĩa I.7 [4]

Cho lược đồ khối $\alpha = (R,F)$, $R = (id; A_1, A_2,..., A_n)$, F *là tập các phụ thuộc hàm trên* R, $K \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$. K *gọi là khoá của lược đồ khối* α *nếu nó thoả 2 điều kiện*:

i) $K \rightarrow x^{(i)} \in F^+$, $\forall x \in id$, i = 1..n.

ii) $\forall K' \subset K$ *thì* K' *không có tính chất* i).

Nếu K là khoá và $K \subseteq K''$ thì K'' gọi là siêu khoá của lược đồ khối R đối với F.

II. CÁC CÔNG THỨC BOOLEAN

A. Công thức Boolean

Định nghĩa II.1 [2]

Cho $U = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ *là tập hữu hạn các biến Boolean, B là tập trị Boolean, B = {0, 1}. Khi đó các công thức Boolean (CTB) hay còn gọi là các công thức logic được xây dựng như sau:*

(i) Mỗi trị 0/1 trong B là một CTB.

(ii) Mỗi biến nhận giá trị trong U là một CTB.

(iii) Nếu a là một công thức Boolean thì (a) là một CTB.

(iv) Nếu a và b là các CTB thì $a \vee b$, $a \wedge b$, $\neg a$ *và* $a \rightarrow b$ *là một CTB.*

(v) Chỉ có các công thức được tạo bởi các quy tắc từ (i) – (iv) là các CTB.

Ta kí hiệu L(U) là tập các CTB xây dựng trên tập các biến U.

Định nghĩa II.2 [2]

Mỗi vector các phần tử 0/1, $v = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ *trong không gian* $B^n = BxBx...xB$ *được gọi là một phép gán trị. Như vậy, với mỗi CTB* $f \in L(U)$ *ta có* $f(v) = f(v_1, v_2, ..., v_n)$ *là trị của công thức f đối với phép gán trị v.*

Trong trường hợp không gây ra nhầm lẫn thì ta hiểu kí hiệu X đồng thời biểu diễn cho các đối tượng sau đây :

- Một tập thuộc tính trong U.
- Một tập biến logic trong U.
- Một công thức Boolean là hội logic các biến trong X.

Mặt khác, nếu $X = \{B_1, B_2, ..., B_n\} \subseteq U$, ta kí hiệu:

$\wedge X = B_1 \wedge B_2 \wedge ... \wedge B_n$ và gọi là dạng hội.

$vX = B_1 v\, B_2 v ... v\, B_n$ và gọi là dạng tuyển.

Ta gọi công thức f: $Z \rightarrow V$ là:

- công thức suy dẫn nếu Z và V có dạng hội, nghĩa là: f : $\wedge Z \rightarrow \wedge V$.
- công thức suy dẫn mạnh nếu Z có dạng tuyển và V có dạng hội, nghĩa là: f : $vZ \rightarrow \wedge V$.
- công thức suy dẫn yếu Z có dạng hội và V có dạng tuyển, nghĩa là: f : $\wedge Z \rightarrow vV$.
- công thức suy dẫn đối ngẫu nếu Z và V đều có dạng tuyển, nghĩa là: f : $vZ \rightarrow vV$.

Với mỗi tập hữu hạn các CTB F ={f_1, f_2, ..., f_m} trong L(U), ta xem F như là một công thức dạng $F = f_1 \wedge f_2 \wedge ... \wedge f_m$. Khi đó ta có:

$$F(v) = f_1(v) \wedge f_2(v) \wedge ... \wedge f_m(v).$$

B. Bảng trị và bảng chân lý

Với mỗi công thức f trên U, bảng trị của f, kí hiệu V_f chứa n+1 cột, với n cột đầu tiên chứa các giá trị của các biến trong U, còn cột thứ n+1 chứa trị của f ứng với mỗi phép gán trị của dòng tương ứng. Như vậy, bảng trị chứa 2^n dòng, n là số phần tử của U.

Định nghĩa II.3 [2]

Bảng chân lý của f , kí hiệu T_f là tập các phép gán trị v sao cho f(v) nhận giá trị 1:

$$T_f = \{v \in B^n \mid f(v) = 1\}$$

Khi đó, bảng chân lý T_F của tập hữu hạn các công thức F trên U, chính là giao của các bảng chân lý của mỗi công thức thành viên trong F.

$$T_F = \bigcap_{f \in F} T_f .$$

Ta có : $v \in T_F$ khi và chỉ khi $\forall f \in F$: $f(v) = 1$.

C. Suy dẫn logic

Định nghĩa II.4 [2]

Cho f, g là hai CTB, ta nói công thức f suy dẫn logic ra công thức g và kí hiệu $f \models g$ nếu $T_f \subseteq T_g$. Ta nói f tương đương với g và kí hiệu $f \equiv g$ nếu $T_f = T_g$.

Với F và G trong L(U) ta nói F suy dẫn logic ra G , kí hiệu $F \models G$ nếu $T_F \subseteq T_G$. Hơn nữa, ta nói F và G là tương đương, kí hiệu $F \equiv G$ nếu $T_F = T_G$.

D. Công thức Boolean dương

Định nghĩa II.5 [2]

Công thức $f \in L(U)$ được gọi là công thức Boolean dương (CTBD) nếu f(e) = 1 với e là phép gán trị đơn vị: e = (1, 1, ..., 1), ta kí hiệu P(U) là tập toàn bộ các công thức Boolean dương trên U.

Ta có thể xem P(U) bao gồm các công thức được xây dựng từ các phép toán $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ và hằng 1.

E. Khối chân lý của khối dữ liệu

Định nghĩa II.6 [7]

Cho $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$, r(R) là một khối trên R, u, $v \in r$. Ta gọi $\alpha(u,v)$ là phép gán trị: $\alpha(u,v) = (\alpha_1(u.x^{(1)},v.x^{(1)}), \alpha_2(u.x^{(2)},v.x^{(2)}), ..., \alpha_n(u.x^{(n)},v.x^{(n)}))_{x \in id}$, trong đó:

$$\alpha_i(u.x^{(i)},v.x^{(i)}) = 1 \text{ nếu } u.x^{(i)} = v.x^{(i)} \text{ và}$$

$$\alpha_i(u.x^{(i)},v.x^{(i)}) = 0 \text{ nếu ngược lại, } i = 1..n, x \in id.$$

Khi đó, với mỗi khối r ta kí hiệu khối chân lý của khối r là T_r:

$$T_r = \{ \alpha(u,v) \mid u, v \in r \}.$$

Từ định nghĩa ta thấy khối chân lý của khối r là một khối nhị phân.

Trong trường hợp tập id = {x}, khi đó khối suy biến thành quan hệ và khái niệm bảng chân lý của khối lại trở thành khái niệm bảng chân lý của quan hệ trong mô hình dữ liệu quan hệ. Nói một cách khác, khối chân lý của khối là mở rộng khái niệm bảng chân lý của quan hệ trong mô hình quan hệ.

G. Phụ thuộc Boolean dương trên khối

Định nghĩa II.7 [7]

Cho $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$, r(R) là một khối trên R, ta gọi mỗi công thức Boolean dương trong P(R) là một phụ thuộc Boolean dương (PTBD).

Ta nói khối r thỏa phụ thuộc Boolean dương f và kí hiệu r(f) nếu $T_r \subseteq T_f$.

Khối r thỏa tập phụ thuộc Boolean dương F và kí hiệu r(F) nếu khối r thỏa mọi PTBD trong F:

$$r(F) \Leftrightarrow \forall f \in F: r(f) \Leftrightarrow T_r \subseteq T_F.$$

Nếu có r(F) ta cũng nói PTBD f đúng trong khối r.

Cho tập PTBD F và một PTBD f:

- Ta nói F suy dẫn ra f theo khối và kí hiệu F |- f nếu: $\forall$ r : r(F)   r(f).

- Ta nói F suy dẫn ra f theo khối có không quá 2 phần tử và kí hiệu F $|-_2$ f nếu: $\forall$ r_2 : $r_2(F)$ $r_2(f)$.

Ta có định lý tương đương sau:

Định lý II.1 [7]

Cho tập PTBD F và một PTBD f , R = (id; $A_1, A_2, \ldots, A_n$), r(R) là một khối trên R. Khi đó ba mệnh đề sau là tương đương:

(i) F |= f (suy dẫn logic),

(ii) F |- f (suy dẫn theo khối),

(iii) F $|-_2$ f (suy dẫn theo khối có không quá 2 phần tử).

Đối với phụ thuộc hàm (PTH) trên khối r, ta đã định nghĩa khối r thỏa PTH f: X $\rightarrow$ Y, kí hiệu r(f) nếu:

$\forall$ u, v $\in$ r: u.X = v.X   u.Y = v.Y

Khi ta xem phụ thuộc hàm như là một trường hợp riêng của CTBD thì ta đã chấp nhận định nghĩa của khối r thỏa phụ thuộc hàm f: X $\rightarrow$ Y nếu $T_r \subseteq T_f$.

Định lý cần và đủ sau đây khẳng định sự tương đương của hai định nghĩa trên:

Định lý II.2 [7]

Cho R = (id; $A_1, A_2, \ldots, A_n$), r(R) là một khối trên R, phụ thuộc hàm f: X $\rightarrow$ Y với X, Y $\subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$. Khi đó: r(f) $\Leftrightarrow T_r \subseteq T_f$.

Trong trường hợp F là tập các phụ thuộc hàm trên khối thì T_F là giao của các T_f thành viên trong F nên ta lại có kết quả sau:

Định lý II.3 [7]

Cho R = (id; $A_1, A_2, \ldots, A_n$), r(R) là một khối trên R, tập phụ thuộc hàm F = {f: X $\rightarrow$ Y | X, Y $\subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$}. Khi đó: r(F) $\Leftrightarrow T_r \subseteq T_F$.

Từ đây trở đi ta hiểu tập F trong lược đồ khối α = (R, F) là tập các phụ thuộc Boolean dương trên R.

Giả sử $X \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, v $\in$ $B^{n \times m}$ (ở đây |id| =m), khi đó ta có:

$$\wedge X(v) = 1 \Leftrightarrow \forall x^{(i)} \in X: v.x^{(i)} = 1$$
$$\vee X(v) = 1 \Leftrightarrow \exists x^{(i)} \in X: v.x^{(i)} = 1$$

và

$$\wedge X(v) = 0 \Leftrightarrow \exists x^{(i)} \in X: v.x^{(i)} = 0$$
$$\vee X(v) = 0 \Leftrightarrow \forall x^{(i)} \in X: v.x^{(i)} = 0$$

Định nghĩa II.8 [8]

Cho lược đồ khối R = (id; $A_1, A_2, \ldots, A_n$), B = {0,1}. Khi đó với mọi $v \in B^{n \times m}$ ta kí hiệu:

$$Set(v) = \{ x^{(j)} \in \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)} \mid v.x^{(j)} = 1\}$$

và với mỗi khối $T \subseteq B^{n \times m}$ ta kí hiệu :

$$Set(T) = \{Set(v) \mid v \in T\}.$$

Ta định nghĩa ánh xạ Vec: Subset(U) $\rightarrow B^{n \times m}$ như sau: $\forall X \subseteq U$: Vec(X) = $(v_x^{(1)}, v_x^{(2)}, \ldots, v_x^{(n)})_{v \in id}$ trong đó $v_x^{(i)} = 1$ nếu $x^{(i)} \in X$, ngược lại $v_x^{(i)} = 0$ ($1 \leq i \leq n$, $x \in id$).

III. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

A. Công thức suy dẫn trên lược đồ khối

Định nghĩa III.1

Cho R = (id; $A_1, A_2, \ldots, A_n$), công thức suy dẫn trên lược đồ khối là công thức có dạng f: X $\rightarrow$ Y; X, Y $\subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, ở đây X, Y là hội của các thuộc tính chỉ số nằm trong nó.

Nhận xét

- Cho X là một hội các biến logic thì với mỗi phép gán trị $v \in B^{n \times m}$: X(v) = 1 khi và chỉ khi Set(v) $\supseteq$ X,t
- Giả sử f: *$X \rightarrow Y$ là một công thức suy dẫn trên* $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, khi đó với mỗi phép gán trị $v \in B^{n \times m}$ ta có:

F(v) = 1 khi và chỉ khi (Set(v) $\supseteq$ X) (Set(v) $\supseteq$ Y).

Cho F là một tập các công thức suy dẫn, F = { $f_1, f_2, \ldots, f_n$ }, ta quy ước coi F là một hội logic của các công thức suy dẫn thành phần F = $f_1 \wedge f_2 \wedge \ldots \wedge f_n$ và gọi F là một hội suy dẫn.

Định nghĩa III.2

Cho R = (id; $A_1, A_2, \ldots, A_n$), V là tập các phép gán trị trên $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$. *Giả sử u, v $\in$V, ta xét phép toán nhân của u và v, kí hiệu u&v, được xác định như sau:*

Nếu $u = (u_x^{(1)}, u_x^{(2)}, \ldots, u_x^{(n)})_{x \in id}$, $v = (v_x^{(1)}, v_x^{(2)}, \ldots, v_x^{(n)})_{x \in id}$ *thì* $u\&v = (u_x^{(1)} \wedge v_x^{(1)}, u_x^{(2)} \wedge v_x^{(2)}, \ldots, u_x^{(n)} \wedge v_x^{(n)})_{x \in id}$.

Ta quy ước tích của một tập rỗng các phần tử trong V chính là phép gán trị đơn vị e = (1, 1,…, 1).

Định nghĩa III.3

Cho R = (id; $A_1, A_2, \ldots, A_n$), V là tập các phép gán trị trên $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$. *Tập các phép gán trị V gọi là đóng đối với phép nhân & nếu V chứa tích của mọi cặp phần tử trong nó, nghĩa là: $\forall u, v \in V$: $u\&v \in V$.*

Mệnh đề III.1

Cho R = (id; $A_1, A_2, \ldots, A_n$), công thức suy dẫn trên lược đồ khối f: $X \rightarrow Y$; X, Y $\subseteq$ $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$. *Khi đó, T_f chứa các phép gán trị đơn vị e, không z và đóng đối với phép nhân &.*

Chứng minh

Theo giả thiết ta có f: X $\rightarrow$ Y là công thức suy dẫn trên lược đồ khối, khi đó ta thấy: f(e) = f(z) = 1 e, z $\in$ T_f.

Giả sử u, v $\in$ T_f, đặt t = u&v, ta chứng minh t $\in$ T_f.

Thật vậy, giả sử Set(t) $\supseteq$ X, ta có Set(t) = Set(u&v) = Set(u) $\cap$ Set(v), suy ra: Set(u) $\supseteq$ X và Set(v) $\supseteq$ X. Mặt khác, vì f(u) = f(v) = 1 Set(u) $\supseteq$ Y và Set(v) $\supseteq$ Y. Do đó Set(t) = Set(u) $\cap$ Set(v) $\supseteq$ Y. Như vậy, từ Set(t) $\supseteq$ X ta suy ra Set(t) $\supseteq$ Y nên ta có: f(t) = 1 t $\in$ T_f.

Từ mệnh đề III.1 ta suy ra hệ quả sau:

Hệ quả III.1

Cho R = (id; $A_1, A_2, \ldots, A_n$), hội suy dẫn F = { $f_1, f_2, \ldots, f_n$ } trên lược đồ khối f_k: $X_k \rightarrow Y_k$; X_k, $Y_k \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, k =1..n. Khi đó, T_F chứa các phép gán trị đơn vị e, không z và đóng đối với phép nhân &.

Hệ quả III.2

Cho R = (id; $A_1, A_2, \ldots, A_n$), hội suy dẫn F = { $f_1, f_2, \ldots, f_n$ } trên lược đồ khối f_k: $X_k \rightarrow Y_k$; X_k, $Y_k \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, k =1..n. Khi đó, Set($T_F$) là một giàn giao chứa tập cực đại $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$ và tập rỗng $\varnothing$.

Mệnh đề III.2

Cho R = (id; $A_1, A_2, \ldots, A_n$), công thức suy dẫn trên lược đồ khối f: $X \rightarrow Y$; X, Y $\subseteq$ $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$. *Khi đó, T_{fx} chứa các phép gán trị đơn vị e_x, không z_x và đóng đối với phép nhân &.*

Chứng minh

Theo giả thiết ta có f: X $\rightarrow$ Y là công thức suy dẫn trên lược đồ khối, f_x: $X_x \rightarrow Y_x$ là hạn chế của f trên lát cắt tại điểm x $\in$ id. Vì theo kết quả của mệnh đề 3.1 ta có T_f chứa các phép gán trị đơn vị e, không z và đóng đối với phép nhân &, nghĩa là: f(e) = f(z) = 1, $\forall$ u, v $\in T_f$: u&v $\in T_f$.

Từ f(e) = f(z) = 1 $f_x(e_x) = f_x(z_x) = 1$.

Mặt khác, $\forall\, u_x, v_x \in T_{fx}$: $\exists\, u, v \in T_f$ sao cho u_x, v_x tương ứng là hạn chế của u, v trên lát cắt tại điểm $x \in$ id. Mà ta có: $u\&v \in T_f$ $\quad f(u\&v) = 1 \quad f_x(u_x\&v_x) = 1$ nên suy ra $u_x\&v_x \in T_{fx}$.

Mệnh đề III.3

Cho lược đồ khối $\alpha = (R,F)$, $R = (id; A_1, A_2,..., A_n)$, F *là tập các phụ thuộc hàm trên* $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$. Khi đó:

$$Fix(\alpha) = Set(T_F), \text{ hoặc tương đương } Vec(Fix(\alpha)) = T_F.$$

Chứng minh

( ) Giả sử $X \in Fix(\alpha) \quad X^+ = X$, đặt $t = Vec(X)$, ta chứng minh $t \in T_F$.

Thật vậy, nếu ta có: $f: (Z \rightarrow Y) \in F$ và $Z(t) = 1$, ta cần chứng minh $Y(t) = 1$. Do $Z(t) = 1$ nên $Z \subseteq Set(t) = X = X^+$. Theo tính chất phản xạ của phụ thuộc hàm ta có: $X \rightarrow Z$, mà $Z \rightarrow Y \quad (X \rightarrow Y) \quad Y \subseteq X^+ = X$, nghĩa là $Y(t) = 1$.

($\Leftarrow$) Ngược lại, giả sử $t \in T_F$, đặt $X = Set(t)$, ta chứng minh $X^+ = X$.

Thật vậy, nếu $f: (Z \rightarrow Y) \in F$ thỏa tính chất $Z \subseteq X$ thì do $Z \subseteq X = Set(t) \quad Z(t) = 1$. Mặt khác, do $f \in F$ nên ta có $f(t) = 1 \quad Y(t) = 1 \quad Y \subseteq X$. Như vây, $\forall\, (Z \rightarrow Y) \in F$: $(Z \subseteq X) \quad (Y \subseteq X)$, do tính chất này nên khi áp dụng thuật toán tìm bao đóng cho X thì ta không thể bổ sung thêm thuộc tính mới nào, nghĩa là: $X^+ = X \quad X \in Fix(\alpha)$.

Cho lược đồ khối $\alpha = (R,F)$, $R = (id; A_1, A_2,..., A_n)$, T là một khối nhị phân, khi đó ta gọi T là khối nhị phân đồng mức nếu như T thỏa mãn: $\forall x, y \in$ id: $T_x = T_y$.

Nói cách khác, T là khối nhị phân đồng mức nếu như mọi lát cắt của T đều như nhau tại điểm bất kì $x \in$ id.

B. Các thuật toán xây dựng hội suy dẫn

Cho trước một khối nhị phân T, kích thước mỗi phần tử là n x m (m=|id|), chứa các phép gán trị đơn vị e, không z và đóng đối với phép &. Khi đó, thuật toán XDF dưới đây xây dựng hội suy dẫn F trên $R = (id; A_1, A_2,..., A_n)$, nhận T là khối chân lý.

Thuật toán XDF

Đầu vào: Khối nhị phân $T \subseteq B^{n \times m}$, chứa e, z và đóng với phép &.

Đầu ra: Hội suy dẫn F trên R, thỏa điều kiện $T_F = T$.

Phương pháp

```
F:= ∅;
For each x ∈ id do
    Fx:= ∅;
    For each u ∈ B^n \ Tx do
        X:= Set(u);
        Y = ∩_{v∈Tx, Set(v)⊇X} Set(v) \ X ;
        Fx := Fx ∪ {X → Y};
    endfor;
    F:= F ∪ Fx ;
endfor;
return F;
End XDF.
```

Để chứng minh tính đúng và độ phức tạp của thuật toán XDF ta có định lý sau:

Định lý III.1

Cho khối nhị phân $T \subseteq B^{n \times m}$*, chứa e, z và đóng với phép &, thuật toán XDF tính đúng tập công thức suy dẫn F nhận T làm bảng chân lý.*

Chứng minh

Ta biết rằng F là tập công thức suy dẫn thu được qua thuật toán XDF. Để chứng minh tính đúng của thuật toán, ta chứng minh $\forall\, v \in T$, $F(v) = 1$ và $\forall\, v \in B^{n \times m} \setminus T$, $F(v) = 0$.

Thật vậy, vì T là khối nhị phân chứa e, z và đóng với phép &, nên để chứng minh $F(v) = 1$ thì ta chỉ cần chứng minh $\forall v_x \in T_x$, $F_x(v_x) = 1$, $x \in$ id, cũng tương tự với trường hợp $F(v) = 0$, ta chỉ cần chứng minh $\forall\, v_x \in B^n \setminus T_x$, $F_x(v_x) = 0$, $x \in$ id, ở đây F_x, v_x là F và v tương ứng hạn chế trên lát cắt tại điểm $x \in$ id.

Giả sử $v_x \in T_x$, $f_x: X_x \rightarrow Y_x \in F_x$ và $Set(v_x) \supseteq X_x$, khi đó theo thuật toán XDF thì phải tồn tại $u_x \in B^n \setminus T_x$ để $X_x = Set(u_x)$ và $Y_x = \bigcap_{v_x \in T_x,\, Set(v_x) \supseteq X_x} Set(v_x) \setminus X_x$.

Vì $v_x \in T_x$ và $Set(v_x) \supseteq X_x$ nên ta có $Set(v_x) \supseteq Y_x$ $f_x(v_x) = 1$.

Giả sử $\forall v_x \in B^n \setminus T_x$ ta cần chỉ ra rằng trong F_x tồn tại f_x sao cho: $f_x(v_x) = 0$. Xét f_x: $X_x \to Y_x \in F_x$ được xây dựng từ v_x theo thuật toán XDF, ta có: $X_x = Set(v_x)$ và $Y_x = \bigcap_{\substack{v_x \in T_x, \\ Set(v_x) \supseteq X_x}} Set(v_x) \setminus X_x$. Từ biểu thức xác định Y_x ta thấy X_x và Y_x không giao nhau, mặt khác $X_x = Set(v_x)$ ta suy ra: $f_x(v_x) = 0$.

Ta kí hiệu h là số dòng của khối T, k là số dòng của khối $B^{n\,x\,m} \setminus T$. Khi đó ta thấy thuật toán XDF xây dựng k công thức suy dẫn. Để xây dựng mỗi công thức, ta phải thưc hiện h phép duyệt, h phép lấy giao của hai tập hợp và một phép lấy hiệu của hai tập hợp. Mỗi phép toán tập hợp thực hiện trên n phần tử của lát cắt tại $x \in id$ đòi hỏi độ phức tạp n. Cuối cùng để tập hợp lại thành F ta cần m phép hợp. Tổng hợp lại ta có độ phức tạp của thuật toán XDF là O(hkmn).

Trong trường hợp T là khối nhị phân đồng mức thì tập F tìm được sẽ là tập phụ thuộc hàm đầy đủ và thuật toán XDF được cải tiến thành thuật toán XDF-S như sau:

Thuật toán XDF-S

Đầu vào: Khối nhị phân đồng mức $T \subseteq B^{n\,x\,m}$, chứa e, z và đóng với phép &.

Đầu ra: Hội suy dẫn F trên R, thỏa điều kiện $T_F = T$.

Phương pháp

$F := \varnothing$;

Lấy x bất kì $\in$ id thực hiện:

$F_x := \varnothing$;

For each $u \in B^n \setminus T_x$ do

$X := Set(u)$;

$Y = \bigcap_{\substack{v \in T_x, \\ Set(v) \supseteq X}} Set(v) \setminus X$;

$F_x := F_x \cup \{X \to Y\}$;

endfor;

$F := \bigcup_{x \in id} F_x$;

return F;

End XDF-S.

Do đó, trong trường hợp này ta có độ phức tạp của thuật toán XDF-S là O(hkn).

Từ tính chất của hội suy dẫn trên lược đồ khối ta thấy:

Khối chân lý của mọi hội suy dẫn đều chứa hai phép gán trị là phép gán trị đơn vị e và phép gán trị không z. Như vậy, không phải mọi khối nhị phân đều là khối chân lý của một hội suy dẫn trên lược đồ khối. Từ định lý về tính đúng của thuật toán XDF ta rút ra điều kiện cần và đủ sau để một khối trị T trên $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$ là một khối chân lý của một hội suy dẫn trên lược đồ khối.

Định lý III.2

Khối nhị phân T trên $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$ *là khối chân lý của một hội suy dẫn trên lược đồ khối R = (id; $A_1, A_2,..., A_n$) khi và chỉ khi T chứa các phép gán trị đơn vị e, phép gán trị không z và đóng đối với phép &.*

Từ các kết quả đã có ở trên ta suy ra định lý sau:

Định lý III.3

Công thức logic f trên $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$ *có thể biểu diễn qua một hội suy dẫn trên lược đồ khối R = (id; $A_1, A_2,..., A_n$) khi và chỉ khi khối chân lý của f chứa các phép gán trị đơn vị e, phép gán trị không z và đóng đối với phép &; nói một cách khác khi và chỉ khi f thỏa hai tính chất sau:*

i) f(e) = f(z) = 1,

ii) $\forall$ u, v $\in B^{n\,x\,m}$: f(u) = f(v) = 1 f(u&v) = 1.

IV. KẾT LUẬN

Từ các khái niệm được đề xuất về công thức suy dẫn trên lược đồ khối, phép toán nhân trên tập các phép gán trị trên khối ta đã chứng tỏ rằng khối chân lý của mỗi công thức suy dẫn f đều chứa các phép gán trị đơn vị e, không z và đóng với phép nhân &. Từ đó suy ra mỗi hội suy dẫn F cũng có những tính chất tương tự. Mối quan hệ giữa họ tập đóng và khối chân lý của lược đồ khối đã được phát biểu và chứng minh. Các thuật toán xây dựng hội suy dẫn F nhận một khối nhị phân cho trước làm khối chân lý đã được đề xuất. Điều kiện cần và đủ để một công thức logic biểu diễn qua một hội suy dẫn cũng đã được đưa ra. Những kết quả có được ở trên từ các khái mới được đề xuất, đặc biệt là các điều kiện cần và đủ đã cho ta thấy rõ hơn cấu trúc của loại phụ thuộc logic này trong lý thuyết thiết kế của mô hình dữ liệu dạng khối. Trên cơ sở của các kết quả này ta có thể nghiên cứu tiếp mối quan hệ giữa các loại phụ thuộc logic khác trên lược đồ khối..., một số kết quả khác có thể được xét trong trường hợp riêng của tập các phụ thuộc hàm F như tập các phụ thuộc hàm F_h, tập các phụ thuộc hàm F_{hx} ..., góp phần làm hoàn chỉnh thêm lí thuyết thiết kế mô hình cơ sở dữ liệu dạng khối.

V. TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Nguyễn Xuân Huy, Trịnh Đình Thắng, *Mô hình cơ sở dữ liệu dạng khối,* Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.14, S.3 (52-60), 1998.

[2] Nguyễn Xuân Huy, *Các phụ thuộc logic trong cơ sở dữ liệu,* NXB Thống kê, Hà Nội, 2006.

[3] Trịnh Đình Thắng, *Một số kết quả về bao đóng, khóa và phụ thuộc hàm trong mô hình dữ liệu dạng khối*, Kỷ yếu Hội thảo quốc gia lần thứ IV "Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ thông tin", (245-251), Hải Phòng 05-07/06/2001.

[4] Trịnh Đình Thắng, Trần Minh Tuyến, *Phép dịch chuyển lược đồ khối và vấn đề biểu diễn bao đóng, khóa trong mô hình dữ liệu dạng khối*, Kỷ yếu Hội thảo quốc gia lần thứ XIII "Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ Thông tin và Truyền thông", (276-286), Hưng Yên, 19-20/08/2010.

[5] Trịnh Đình Thắng, Trần Minh Tuyến, *Khóa và các tập thuộc tính nguyên thủy, phi nguyên thủy với phép dịch chuyển lược đồ khối,* Kỷ yếu Hội thảo quốc gia lần thứ 13 "Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ thông tin và Truyền thông", (159-170), Cần Thơ 07-08/10/2011.

[6] Trịnh Đình Thắng, Trần Minh Tuyến, *Lược đồ cân bằng, vế trái cực tiểu và khóa với phép dịch chuyển lược đồ khối,* Kỷ yếu Hội thảo quốc gia lần thứ XV "Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ thông tin và Truyền thông", (174-179), Hà Nội 03-04/12/2012.

[7] Tran Minh Tuyen, Trinh Dinh Thang, Nguyen Xuan Huy, *Some properties of the positive boolean dependencies in the database model of block form*, Journal of Computer Science and Cybernetics, V.31, N.2, (159-169), Viet Nam, 2014.

[8] Trần Minh Tuyến, Trịnh Đình Thắng, Nguyễn Xuân Huy, *Phụ thuộc Boolean dương tổng quát trong mô hình dữ liệu dạng khối,* Kỷ yếu Hội thảo quốc gia lần thứ XVII "Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ thông tin và Truyền thông", (274-279), Buôn Ma Thuột, 30-31/10/2014.

THE FORMULA DERIVED CONCEPTS IN THE DATABASE MODEL OF BLOCK FORM

Trinh Dinh Thang, Tran Minh Tuyen, Trinh Ngoc Truc

ABSTRACT - *The report proposes the formula derived concepts in the database model of block form, speech and prove some properties of the formula derived, property of the closed sets and the truth block in the block diagram, the conditions necessary and sufficient for the truth block of a derived assembly, construction assembly derived algorithm get a binary block as the truth block … In addition, the necessary and sufficient condition for a Boolean formula can be expressed through a derived assembly has also been stated and proven here.*