

Điều khiển thích nghi bền vững cần trục tháp với tham số thay đổi

Adaptive Robust Control of Tower Cranes with Uncertainties

Lê Anh Tuấn^a, Phạm Văn Triệu^b

^aBộ môn Kỹ thuật ô tô, viện Cơ khí

^bViện nghiên cứu phát triển

Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

e-Mail: tuanla.ck@vamaru.edu.vn

Tóm tắt

Công trình này đề xuất một bộ điều khiển thích nghi bền vững cho cần trục tháp trong trường hợp các tham số hệ thống thay đổi. Đặc biệt, bộ điều khiển không cần thông tin khối lượng hàng và các hệ số ma sát. Các thông tin này được ước lượng bằng cấu trúc thích nghi tích hợp trong bộ điều khiển. Kết quả mô phỏng cho thấy bộ điều khiển làm việc hiệu quả, bền vững với nhiễu.

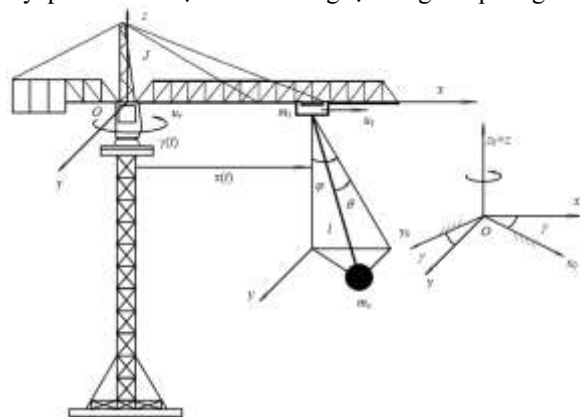
Từ khóa: Cần trục tháp, điều khiển thích nghi, điều khiển trượt.

1. Mở đầu

Cần trục tháp được sử dụng nhiều trong xây dựng nhà cao tầng để nâng chuyển vật liệu và cấu kiện xây dựng. Chiều cao nâng của cần trục tháp thay đổi linh hoạt theo chiều cao công trình. Quá trình nâng chuyển hàng của cần trục tháp gồm nhiều giai đoạn: nâng hàng, di chuyển xe con, quay cần, hạ hàng. Để giảm thời gian làm hàng, các công đoạn trên có thể phối hợp làm việc cùng lúc. Để tăng năng suất, cần trục tháp ngày nay được yêu cầu khai thác với tốc độ cao. Điều này dẫn đến biên độ lắc hàng lớn. Vì vậy, trang bị bộ điều khiển để giảm lắc và nâng cao tính chính xác chuyển động của cần trục ở tốc độ khai thác cao là yêu cầu đặt ra trong thực tế được nhiều nhà sản xuất quan tâm. Có nhiều nghiên cứu liên quan đến vấn đề này. Omar [1] xây dựng một bộ điều khiển thích nghi trong trường hợp khối lượng hàng và chiều dài cáp treo thay đổi bằng kỹ thuật *gain-scheduling*. Công trình [2] nâng cấp các nghiên cứu [1] bằng cách thêm các yếu tố ma sát có trong hệ thực và kiểm chứng bằng thực nghiệm. Masoud [3] thiết kế luật điều khiển cho cần trục tháp bằng kỹ thuật hồi tiếp trễ. Vaughan [4] dùng kỹ thuật *command shaping* để giảm lắc hàng với mô hình con lắc kép. Tuan [5] thiết kế hai bộ điều khiển cho cần trục tháp dựa trên kỹ thuật hồi tiếp tuyến tính hóa từng phần và kỹ thuật điều khiển trượt (*sliding mode control* – SMC). Devesse [6] phát triển một bộ điều khiển tối ưu về mặt thời gian bằng nguyên lý cực đại Pontryagin.

Công trình này phát triển một bộ điều khiển phi tuyến cho cần trục tháp khai thác ở tốc độ cao. Bộ điều khiển đảm bảo hai tính chất quan trọng: thích nghi và bền vững. Tính bền vững và thích nghi của hệ khi tham số thay đổi có được do hệ được điều khiển bằng kỹ thuật SMC kết hợp với kỹ thuật thích

nghi tham chiếu mô hình (*model-reference adaptive control* – MRAC). Với kỹ thuật này, bộ điều khiển không cần thông tin của các tham số hệ thống. Cần trục tháp là hệ hệt dẫn động với nhiều tham số chưa biết và biến đổi. Ví dụ, trọng lượng vật nâng là đại lượng thay đổi, các yếu tố ma sát thay đổi tùy thuộc vào môi trường khai thác. Bộ điều khiển được thiết kế trong trường hợp không biết khối lượng hàng và không biết bốn hệ số cản trong mô hình đặt trung cho các yếu tố ma sát. Quá trình thiết kế gồm một số công đoạn. Đầu tiên, bộ điều khiển SMC kinh điển được thiết kế trong trường hợp tất cả các tham số của hệ đều biết. Tiếp đến, luật điều khiển được tham số hóa theo các tham số biến đổi. Sau cùng, một cấu trúc thích nghi được thiết kế để tìm và điều chỉnh các tham số biến đổi để đảm bảo hệ ổn định tiệm cận. Hệ được chứng minh ổn định tiệm cận bằng lý thuyết Lyapunov và được kiểm chứng lại bằng mô phỏng số.



H. 1 Mô hình vật lý cần trục tháp

Cấu trúc bài báo như sau: Mục 2 mô tả toán học hệ động lực cần trục tháp. Mục 3 thiết kế bộ điều khiển thích nghi bền vững bằng kỹ thuật SMC và MRAC. Mô phỏng số và kết quả được trình bày trong mục 4. Kết luận và một vài kiến nghị được trình bày trong mục 5.

2. Mô hình toán

Xét chuyển động của cần trục tháp trong hệ tọa độ chính $Ox_0y_0z_0$ như hình 1. Hệ có ba khối lượng gồm khối lượng hàng m_c , xe con m_r , và khối lượng quán tính quy đổi J của tháp quay. Tương ứng, hệ có bốn bậc tự do gồm chuyển động xe con x , quay tháp γ , và hai góc lắc φ, θ . Như thế,

$\mathbf{q} = q_i^T = x \ \gamma \ \varphi \ \theta^T$ là một véc tơ tọa độ suy rộng. Hai tín hiệu điều khiển gồm lực kéo xe con u_t và mô men quay tháp u_r , dùng để dẫn động xe và tháp chuyển động chính xác đến vị trí yêu cầu. Mô hình toán đã được thiết lập trong [5] bằng phương pháp Lagrange, viết dưới dạng

$$\mathbf{M} \mathbf{q} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (15)$$

với, $\mathbf{M} \mathbf{q} = \mathbf{M}^T \mathbf{q}$ là ma trận khối lượng, $\mathbf{C} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$ là ma trận cản, $\mathbf{G} \mathbf{q}$ là véc tơ trọng trường, và \mathbf{F} là véc tơ tín hiệu điều khiển. Các thành phần này được xác định như các biểu thức dưới

$$\mathbf{M} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & 0 \\ m_{41} & m_{42} & 0 & m_{44} \end{bmatrix}; \mathbf{F} = \begin{bmatrix} u_t \\ u_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ 0 & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{bmatrix}; \mathbf{G} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_1 \\ g_2 \end{bmatrix}; \mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ \gamma \\ \varphi \\ \theta \end{bmatrix}.$$

Các phần tử của ma trận khối lượng được xác định

$$m_{11} = m_t + m_c;$$

$$m_{22} = \left(J + m_t + m_c \ x^2 + m_c l^2 \sin^2 \theta + m_c l^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \theta + 2m_c l \sin \varphi \cos \theta x \right);$$

$$m_{33} = m_c l^2 \cos^2 \theta;$$

$$m_{44} = m_c l^2;$$

$$m_{12} = m_{21} = m_c l \sin \theta;$$

$$m_{13} = m_{31} = m_c l \cos \varphi \cos \theta;$$

$$m_{14} = m_{41} = -m_c l \sin \varphi \sin \theta;$$

$$m_{23} = m_{32} = \frac{m_c l^2}{2} \cos \varphi \sin 2\theta;$$

$$m_{24} = m_{42} = -m_c l^2 \sin \varphi + m_c l \cos \theta x.$$

Các phần tử của ma trận cản gồm

$$c_{11} = b_x; \ c_{12} = m_c l \cos \theta \ \dot{\theta} - \sin \varphi \dot{\gamma} - m_t + m_c \ x \dot{\gamma};$$

$$c_{13} = -m_c l \ \cos \varphi \sin \theta \dot{\theta} + \sin \varphi \cos \theta \dot{\varphi};$$

$$c_{14} = m_c l \ \cos \theta \dot{\gamma} - \cos \varphi \sin \theta \dot{\varphi} - \sin \varphi \cos \theta \dot{\theta};$$

$$c_{21} = 2 \ m_t + m_c \ x + m_c l \sin \varphi \cos \theta \ \dot{\gamma};$$

$$c_{22} = \left(b_\gamma + m_c l \ \sin \varphi \cos \theta \dot{x} + \cos \varphi \cos \theta x \dot{\varphi} - \sin \varphi \sin \theta x \dot{\theta} + m_c l^2 \ \sin 2\varphi \cos^2 \theta \dot{\varphi} + \cos^2 \varphi \sin 2\theta \dot{\theta} \right);$$

$$c_{23} = m_c l \left(\cos \varphi \cos \theta x \dot{\gamma} - l \left(\frac{1}{2} \sin \varphi \sin 2\theta \dot{\varphi} + \cos \varphi \dot{\theta} \right) \right);$$

$$c_{24} = m_c l \ l \cos 2\theta \cos \varphi \dot{\varphi} + \sin \theta x \dot{\theta} - \sin \varphi \sin \theta x \dot{\gamma};$$

$$c_{32} = -m_c l \left(\frac{l}{2} \sin 2\varphi \cos \theta + \cos \varphi x \right) \cos \theta \dot{\gamma};$$

$$c_{33} = b_\varphi - \frac{m_c l^2}{2} \sin 2\theta \dot{\theta};$$

$$c_{34} = m_c l^2 \left(2 \cos^2 \theta \cos \varphi \dot{\gamma} - \frac{1}{2} \sin 2\theta \dot{\varphi} \right);$$

$$c_{41} = -m_c l \cos \theta \dot{\gamma};$$

$$c_{42} = m_c l \left(\sin \varphi \sin \theta x \dot{\gamma} - \cos \theta \dot{x} - \frac{l}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\theta \dot{\gamma} \right);$$

$$c_{43} = m_c l^2 \left(\frac{1}{2} \sin 2\theta \dot{\varphi} - 2 \cos^2 \theta \cos \varphi \dot{\gamma} \right);$$

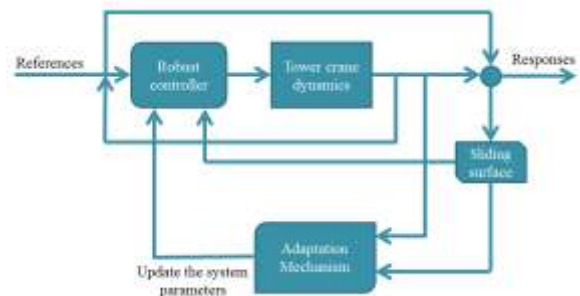
$$c_{44} = b_\theta.$$

và hai thành phần của véc tơ trọng trường

$$g_1 = m_c g l \cos \theta \sin \varphi; \ g_2 = m_c g l \sin \theta \cos \varphi.$$

3. Thiết kế bộ điều khiển

Hệ thống điều khiển thích nghi bền vững cần trục tháp có sơ đồ khối như hình 2. Đầu tiên, bộ điều khiển bền vững được thiết kế bằng kỹ thuật SMC thông thường với các tham số được giả thiết hoàn toàn rõ. Trong thực tế, một vài tham số của cần trục tháp thay đổi tùy thuộc vào từng trường hợp và điều kiện khai thác. Trong trường hợp này năm đại lượng được xem là tham số biến đổi gồm khối lượng hàng m_c và bốn hệ số cản $b_x, b_\gamma, b_\varphi,$ và b_θ . Khi đó, nó được xem là những biến tương ứng $\hat{m}_c, \hat{b}_x, \hat{b}_\gamma, \hat{b}_\varphi,$ và \hat{b}_θ . Tiếp theo, một cơ cấu thích nghi được xây dựng để điều chỉnh năm tham số trên và gửi ngược về bộ điều khiển. Sau đây, ta đi phân tích từng thành phần của cấu trúc điều khiển này.



H. 2 Sơ đồ khối hệ thống điều khiển thích nghi bền vững cần trục tháp

3.1 Tách hệ động lực

Cần trục tháp là hệ hệt dẫn động với bốn biến cần điều khiển $\mathbf{q} = x \ \gamma \ \varphi \ \theta^T$ nhưng chỉ có hai tín hiệu vào $u_t \ u_r^T$. Hệ động lực (15) được tách làm hai hệ con tương ứng với biến chủ động $\mathbf{q}_1 = x \ \gamma^T$ và biến bị động $\mathbf{q}_2 = \varphi \ \theta^T$:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} \mathbf{q} \ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{M}_{12} \mathbf{q} \ddot{\mathbf{q}}_2 \\ + \mathbf{C}_{11} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{C}_{12} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{U}, \quad (16)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{21} \mathbf{q} \ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{M}_{22} \mathbf{q} \ddot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{C}_{21} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_1 \\ + \mathbf{C}_{22} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{G}_2 \mathbf{q} \end{pmatrix} = \mathbf{0}, \quad (17)$$

với

$$\mathbf{M}_{11} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}, \ \mathbf{G}_2 \mathbf{q} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix}, \ \mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_t \\ u_r \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{12} \mathbf{q} = \mathbf{M}_{21}^T \mathbf{q} = \begin{bmatrix} m_{13} & m_{14} \\ m_{23} & m_{24} \end{bmatrix}, \mathbf{M}_{22} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} m_{33} & 0 \\ 0 & m_{44} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_{11} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_{12} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} c_{13} & c_{14} \\ c_{23} & c_{24} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_{21} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 & c_{32} \\ c_{41} & c_{42} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_{22} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} c_{33} & c_{34} \\ c_{43} & c_{44} \end{bmatrix}.$$

Phương trình (16) và (17) cho thấy biến chủ động được dẫn động trực tiếp bởi hai tín hiệu điều khiển.

3.2 Bộ điều khiển bền vững

Ta thiết kế luật điều khiển $\mathbf{U} = u_l \quad u_r^T$ bằng kỹ thuật SMC để dẫn chính xác xe con và tháp quay đến vị trí yêu cầu $\mathbf{q}_{1d} = x_d \quad \gamma_d^T$. Đồng thời, góc lắc hàng $\mathbf{q}_2 = \varphi \quad \theta^T$ được giữ nhỏ và khử hoàn toàn ($\mathbf{q}_{2d} = 0 \quad 0^T$) ở đích đến. Xét mặt trượt

$$\mathbf{s} = s_1 \quad s_2^T = \dot{\mathbf{e}}_1 + \lambda \mathbf{e}_1 + \alpha \mathbf{e}_2 \quad (18)$$

với λ và α là các tham số thiết kế, xác định bởi

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{e}_1 = \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_{1d} = x - x_d \quad \gamma - \gamma_d^T$ và $\mathbf{e}_2 = \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_{2d} = \varphi \quad \theta^T$ là các sai số tín hiệu. Tiếp đến, xét phương trình mặt trượt

$$\dot{\mathbf{s}} + \lambda \mathbf{s} = \mathbf{0} \quad (20)$$

Phương trình (20) cho thấy mặt trượt \mathbf{s} ổn định tiệm cận với mọi ma trận dương λ . Thay (18) và (19) vào (20), ta được

$$\ddot{\mathbf{q}}_1 + \alpha \dot{\mathbf{q}}_2 + 2\lambda \dot{\mathbf{q}}_1 + \lambda^T \lambda \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_{1d} + \lambda \alpha \mathbf{q}_2 = \mathbf{0}. \quad (21)$$

Chú ý $\mathbf{M}_{22} \mathbf{q}$ xác định dương, phương trình (17) được viết lại

$$\ddot{\mathbf{q}}_2 = -\mathbf{M}_{22}^{-1} \mathbf{q} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}_{21} \mathbf{q} \ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{C}_{21} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_1 \\ + \mathbf{C}_{22} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{G}_2 \mathbf{q} \end{array} \right\}. \quad (22)$$

Thay (22) vào (16) dẫn đến

$$\bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} \ddot{\mathbf{q}}_1 + \bar{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_1 + \bar{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_2 + \bar{\mathbf{G}} \mathbf{q} = \mathbf{U}, \quad (23)$$

với

$$\bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} = \mathbf{M}_{11} \mathbf{q} - \mathbf{M}_{12} \mathbf{q} \mathbf{M}_{22}^{-1} \mathbf{q} \mathbf{M}_{21} \mathbf{q}, \quad (24)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{C}_{11} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{M}_{12} \mathbf{q} \mathbf{M}_{22}^{-1} \mathbf{q} \mathbf{C}_{21} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \quad (25)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{C}_{12} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{M}_{12} \mathbf{q} \mathbf{M}_{22}^{-1} \mathbf{q} \mathbf{C}_{22} \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \quad (26)$$

$$\bar{\mathbf{G}} \mathbf{q} = -\mathbf{M}_{12} \mathbf{q} \mathbf{M}_{22}^{-1} \mathbf{q} \mathbf{G}_2 \mathbf{q}. \quad (27)$$

Các ma trận trên được viết dưới dạng

$$\bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \bar{m}_{11} & \bar{m}_{12} \\ \bar{m}_{21} & \bar{m}_{22} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{11} & \bar{c}_{12} \\ \bar{c}_{21} & \bar{c}_{22} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{11}^2 & \bar{c}_{12}^2 \\ \bar{c}_{21}^2 & \bar{c}_{22}^2 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{G}} \mathbf{q} = \bar{g}_1 \quad \bar{g}_2^T,$$

mà các thành phần của nó được xác định

$$\bar{m}_{11} = m_l + m_c \sin^2 \varphi \cos^2 \theta, \bar{m}_{12} = -\frac{m_c}{2} \sin \varphi \sin 2\theta x,$$

$$\bar{m}_{21} = -\frac{m_c}{2} \sin \varphi \sin 2\theta x, \bar{m}_{22} = J + m_l + m_c x^2 + \cos^2 \theta x^2,$$

$$\bar{c}_{11}^1 = b_x - \frac{1}{2} m_c \sin \varphi \sin 2\theta \dot{\gamma},$$

$$\bar{c}_{12}^1 = m_c \begin{pmatrix} l \cos \theta \dot{\theta} - l \cos \theta \sin \varphi \dot{\gamma} \\ -\left(\frac{m_l}{m_c} + 1\right) x \dot{\gamma} + \cos^2 \varphi x \dot{\gamma} \\ + \sin^2 \varphi \sin^2 \theta x \dot{\gamma} - \frac{1}{2} \sin \varphi \sin 2\theta \dot{x} \\ + l \sin \varphi \cos^2 \varphi \cos^3 \theta \dot{\gamma} \end{pmatrix},$$

$$\bar{c}_{21}^1 = 2 m_l + m_c - m_c \cos^2 \theta x \dot{\gamma},$$

$$\bar{c}_{22}^1 = m_c \begin{pmatrix} l \cos \varphi \cos \theta x \dot{\varphi} - l \sin \varphi \sin \theta x \dot{\theta} \\ + l^2 \sin 2\varphi \cos^2 \theta \dot{\varphi} + \cos^2 \varphi \sin 2\theta \dot{\theta} \\ + \frac{1}{2} \sin \varphi \sin 2\theta x^2 \dot{\gamma} - \cos^2 \theta x \dot{x} \\ + l \left(1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \theta \sin \theta x \dot{\gamma} + \frac{b_\gamma}{m_c}\right) \end{pmatrix},$$

$$\bar{c}_{11}^2 = \left(-m_c l \cos^2 \theta \left(\begin{array}{l} \cos \theta \sin \varphi \dot{\varphi} \\ + \sin 2\varphi \sin \theta \dot{\gamma} \end{array} \right) - b_\varphi \frac{\cos \varphi}{l \cos \theta} \right),$$

$$\bar{c}_{12}^2 = \left(-m_c l \cos \theta \cos 2\varphi \dot{\gamma} + \sin \varphi \dot{\theta} + \frac{b_\theta}{l} \sin \varphi \sin \theta \right),$$

$$\bar{c}_{21}^2 = m_c \begin{pmatrix} l \cos \theta \cos \varphi \dot{\gamma} + \sin \theta \cos \theta \dot{\varphi} x - \frac{b_\varphi}{m_c} \cos \varphi \tan \theta \\ - l^2 \cos \varphi \cos^2 \theta \dot{\theta} - 2l \left(l \sin \varphi + 1 \right) \cos^2 \theta \cos \varphi \dot{\gamma} \end{pmatrix},$$

$$\bar{c}_{22}^2 = m_c \begin{pmatrix} -l^2 \cos^2 \theta \cos \varphi \dot{\varphi} + l \sin \theta x \dot{\theta} - l \sin \varphi \sin \theta x \dot{\gamma} \\ - l^2 \sin 2\theta \cos^2 \varphi \dot{\gamma} + \frac{b_\theta}{m_c} \left(\sin \varphi + \frac{\cos \theta x}{l} \right) \end{pmatrix},$$

$$\bar{g}_1 = -\frac{1}{2} m_c g \cos^2 \theta \sin 2\varphi, \bar{g}_2 = \frac{1}{2} m_c g \sin 2\theta \cos \varphi x.$$

Thay (23) vào (21) ta được luật điều khiển quy đổi:

$$\mathbf{U}_{eq} = \bar{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_1 + \bar{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_2 + \bar{\mathbf{G}} \mathbf{q} - \bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} \quad 2\lambda \dot{\mathbf{q}}_1 + \alpha \dot{\mathbf{q}}_2 + \lambda^T \lambda \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_{1d} + \lambda \alpha \mathbf{q}_2 \quad (28)$$

Để giữ quỹ đạo trạng thái trên mặt trượt, tác động “đóng-mở” cần được thêm vào. Luật điều khiển bây giờ trở thành:

$$\mathbf{U} = \bar{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_1 + \bar{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}_2 + \bar{\mathbf{G}} \mathbf{q} - \bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} \quad 2\lambda \dot{\mathbf{q}}_1 + \alpha \dot{\mathbf{q}}_2 + \lambda^T \lambda \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_{1d} + \lambda \alpha \mathbf{q}_2 - \mathbf{K} \text{sgn } \mathbf{s}, \quad (29)$$

với $\mathbf{K} = \text{diag } K_1, K_2$. Các tham số \mathbf{K} , λ , và α được chọn sao cho mặt trượt ổn định và quỹ đạo trạng thái trượt đến giá trị yêu cầu. Để giảm hiện tượng răng cưa, hàm *sign* được thay bằng hàm *saturation*

$$\mathbf{U}_{sw} = -\mathbf{K} \text{sat } \mathbf{s}, \quad (30)$$

với

$$[\text{sat } \mathbf{s}]_i = \begin{cases} 1 & \text{if } s_i/\varepsilon > 1 \\ s_i/\varepsilon & \text{if } -1 < s_i/\varepsilon < 1, \\ 1 & \text{if } s_i/\varepsilon < -1 \end{cases} \quad (31)$$

Ở đây, ε là hằng số chỉ chiều dày lớp biên.

3.3 Phân tích ổn định

Ta chứng minh luật điều khiển (29) ổn định tiệm cận mặt trượt (18). Xét hàm Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s}, \quad (32)$$

có đạo hàm tương ứng

$$\dot{V} = \dot{\mathbf{s}}^T \mathbf{s}. \quad (33)$$

Chú ý $\bar{\mathbf{M}} \mathbf{q}$ xác định dương với mọi \mathbf{q} , phương trình (23) được viết lại

$$\ddot{\mathbf{q}}_1 = \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{q} \mathbf{U} - \bar{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_1 - \bar{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_2 - \bar{\mathbf{G}} \mathbf{q}. \quad (34)$$

Thay (29) vào (34) và (34) vào (33) dẫn tới

$$\dot{V} = -\mathbf{s}^T \lambda \mathbf{s} - \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{q} \mathbf{K} \text{sign } \mathbf{s}. \quad (35)$$

Dấu của s_i cùng dấu với $\text{sgn } s_i$ nên xét dấu hàm \dot{V} tương đương với xét dấu hàm

$$V_1 = -\mathbf{s}^T \lambda \mathbf{s} - \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{q} \mathbf{K} \mathbf{s} \\ = -\mathbf{s}^T \lambda + \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{q} \mathbf{K} \mathbf{s}. \quad (36)$$

Rõ ràng $V_1 \leq 0$ với mọi $\bar{\mathbf{M}} \mathbf{q}$ xác định dương và với mọi $\mathbf{K} > \mathbf{0}$ and $\lambda > \mathbf{0}$. Từ đó dẫn đến $V \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$. Vậy, \mathbf{s} phải nằm trong biên hữu hạn. Áp dụng bổ đề Barbalat suy ra được $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0$ hay $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{s} = \mathbf{0}$. Vậy, mặt trượt \mathbf{s} ổn định tiệm cận.

3.4 Điều khiển thích nghi bền vững

Như đã nói, ta không biết rõ thông tin với khối lượng hàng và các yếu tố cản. Như thế, các tham số m_c , b_x , b_γ , b_φ , và b_θ được xem là các tham số biến đổi theo thời gian: \hat{m}_c , \hat{b}_x , \hat{b}_γ , \hat{b}_φ , và \hat{b}_θ . Luật điều khiển trong (28) và (29) được tham số hóa theo các tham số nói trên như sau:

$$\hat{\mathbf{U}}_{eq} = \hat{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_1 + \hat{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_2 + \hat{\mathbf{G}} \mathbf{q} \\ - \hat{\mathbf{M}} \mathbf{q} \quad 2\lambda \hat{\mathbf{q}}_1 + \alpha \hat{\mathbf{q}}_2 + \lambda^T \lambda \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_{1d} + \lambda \alpha \mathbf{q}_2, \quad (37)$$

$$\hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_1 + \hat{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_2 + \hat{\mathbf{G}} \mathbf{q} \\ - \hat{\mathbf{M}} \mathbf{q} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2\lambda \hat{\mathbf{q}}_1 + \alpha \hat{\mathbf{q}}_2 \\ + \lambda^T \lambda \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_{1d} + \lambda \alpha \mathbf{q}_2 \end{array} \right\} - \mathbf{K} \text{sgn } \mathbf{s}, \quad (38)$$

Ở đây, ma trận các hệ số điều khiển biến đổi theo các tham số \hat{m}_c , \hat{b}_x , \hat{b}_γ , \hat{b}_φ , và \hat{b}_θ . Các ma trận này được viết như sau

$$\hat{\mathbf{M}} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \hat{m}_{11} & \hat{m}_{12} \\ \hat{m}_{21} & \hat{m}_{22} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \hat{c}_{11}^1 & \hat{c}_{12}^1 \\ \hat{c}_{21}^1 & \hat{c}_{22}^1 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \hat{c}_{11}^2 & \hat{c}_{12}^2 \\ \hat{c}_{21}^2 & \hat{c}_{22}^2 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{G}} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \hat{g}_1 \\ \hat{g}_2 \end{bmatrix}^T.$$

Các phần tử của ma trận hệ số điều khiển $\hat{\mathbf{M}} \mathbf{q}$, $\hat{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$, $\hat{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$, và $\hat{\mathbf{G}} \mathbf{q}$ lần lượt được xác định

$$\hat{m}_{11} = m_t + \hat{m}_c \sin^2 \varphi \cos^2 \theta, \quad \hat{m}_{12} = -\frac{\hat{m}_c}{2} \sin \varphi \sin 2\theta x,$$

$$\hat{m}_{21} = -\frac{\hat{m}_c}{2} \sin \varphi \sin 2\theta x, \quad \hat{m}_{22} = J + m_t + \hat{m}_c + \cos^2 \theta x^2,$$

$$\hat{c}_{11}^1 = \hat{b}_x - \frac{1}{2} \hat{m}_c \sin \varphi \sin 2\theta \dot{\gamma},$$

$$\hat{c}_{12}^1 = \hat{m}_c \left(\begin{array}{l} l \cos \theta \dot{\theta} - l \cos \theta \sin \varphi \dot{\gamma} - \left(\frac{m_t}{\hat{m}_c} + 1 \right) x \dot{\gamma} \\ + l \sin \varphi \cos^2 \varphi \cos^3 \theta \dot{\gamma} \\ + \cos^2 \varphi x \dot{\gamma} + \sin^2 \varphi \sin^2 \theta x \dot{\gamma} - \frac{1}{2} \sin \varphi \sin 2\theta \dot{x} \end{array} \right),$$

$$\hat{c}_{21}^1 = 2 m_t + \hat{m}_c - \hat{m}_c \cos^2 \theta x \dot{\gamma},$$

$$\hat{c}_{22}^1 = \hat{m}_c \left(\begin{array}{l} l \cos \varphi \cos \theta x \dot{\varphi} - l \sin \varphi \sin \theta x \dot{\theta} \\ + l^2 \sin 2\varphi \cos^2 \theta \dot{\varphi} + \cos^2 \varphi \sin 2\theta \dot{\theta} \\ + \frac{1}{2} \sin \varphi \sin 2\theta x^2 \dot{\gamma} - \cos^2 \theta x \dot{x} \\ + l \left(1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \theta \right) \sin \theta x \dot{\gamma} + \frac{\hat{b}_\gamma}{\hat{m}_c} \end{array} \right),$$

$$\hat{c}_{11}^2 = -\hat{m}_c l \cos^2 \theta \cos \theta \sin \varphi \dot{\varphi} + \sin 2\varphi \sin \theta \dot{\gamma} - \hat{b}_\varphi \frac{\cos \varphi}{l \cos \theta},$$

$$\hat{c}_{12}^2 = -\hat{m}_c l \cos \theta \cos 2\varphi \dot{\gamma} + \sin \varphi \dot{\theta} + \frac{\hat{b}_\theta}{l} \sin \varphi \sin \theta,$$

$$\hat{c}_{21}^2 = \hat{m}_c \left(\begin{array}{l} l \cos \theta \cos \varphi \dot{\gamma} + \sin \theta \cos \theta \dot{\varphi} x - l^2 \cos \varphi \cos^2 \theta \dot{\theta} \\ - 2l \left(l \sin \varphi + 1 \right) \cos^2 \theta \cos \varphi \dot{\gamma} - \frac{\hat{b}_\varphi}{\hat{m}_c} \cos \varphi \tan \theta \end{array} \right),$$

$$\hat{c}_{22}^2 = \hat{m}_c \left(\begin{array}{l} -l^2 \cos^2 \theta \cos \varphi \dot{\varphi} + l \sin \theta x \dot{\theta} - l \sin \varphi \sin \theta x \dot{\gamma} \\ - l^2 \sin 2\theta \cos^2 \varphi \dot{\gamma} + \frac{\hat{b}_\theta}{\hat{m}_c} \left(\sin \varphi + \frac{\cos \theta x}{l} \right) \end{array} \right),$$

$$\hat{g}_1 = -\frac{1}{2} \hat{m}_c g \cos^2 \theta \sin 2\varphi, \quad \hat{g}_2 = \frac{1}{2} \hat{m}_c g \sin 2\theta \cos \varphi x.$$

3.5 Cơ cấu thích nghi

Ma trận hệ số điều khiển của các luật điều khiển (37) và (38) được biểu diễn theo các tham số ước lượng \hat{m}_c , \hat{b}_x , \hat{b}_γ , \hat{b}_φ , và \hat{b}_θ . Ta đi xây dựng cơ cấu thích nghi để tìm và cập nhật các ma trận hệ số hay các tham số biến đổi của hệ. Cơ cấu thích nghi được áp dụng để điều chỉnh các tham số của luật điều khiển (các tham số của cần trục một cách tương ứng) sao cho quỹ đạo trạng thái tiến tiệm cận đến các giá trị tham chiếu. Gọi

$$\tilde{m}_c = \hat{m}_c - m_c, \quad \tilde{b}_x = \hat{b}_x - b_x,$$

$$\tilde{b}_\gamma = \hat{b}_\gamma - b_\gamma, \quad \tilde{b}_\varphi = \hat{b}_\varphi - b_\varphi, \quad \tilde{b}_\theta = \hat{b}_\theta - b_\theta,$$

là các sai số ước lượng tham số. Tương ứng, ta có ma trận ứng với các sai số này:

$$\tilde{\mathbf{M}} \mathbf{q} = \hat{\mathbf{M}} \mathbf{q} - \bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \tilde{m}_{11} & \tilde{m}_{12} \\ \tilde{m}_{21} & \tilde{m}_{22} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} - \bar{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \tilde{c}_{11}^1 & \tilde{c}_{12}^1 \\ \tilde{c}_{21}^1 & \tilde{c}_{22}^1 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} - \bar{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \tilde{c}_{11}^2 & \tilde{c}_{12}^2 \\ \tilde{c}_{21}^2 & \tilde{c}_{22}^2 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{G}} \mathbf{q} = \hat{\mathbf{G}} \mathbf{q} - \bar{\mathbf{G}} \mathbf{q} = \tilde{g}_1 \quad \tilde{g}_2^T,$$

Các phần tử của các ma trận trên lần lượt được xác định

$$\tilde{m}_{11} = \tilde{m}_c \sin^2 \varphi \cos^2 \theta, \quad \tilde{m}_{12} = -\frac{1}{2} \tilde{m}_c \sin \varphi \sin 2\theta x,$$

$$\tilde{m}_{21} = -\frac{1}{2} \tilde{m}_c \sin \varphi \sin 2\theta x, \quad \tilde{m}_{22} = \tilde{m}_c x^2,$$

$$\tilde{c}_{11}^1 = \tilde{b}_x - \frac{1}{2} \tilde{m}_c \sin \varphi \sin 2\theta \dot{\gamma},$$

$$\tilde{c}_{12}^1 = \tilde{m}_c \begin{pmatrix} l \sin \varphi \cos^2 \varphi \cos^3 \theta \dot{\gamma} - l \cos \theta \sin \varphi \dot{\gamma} \\ -x \dot{\gamma} + \cos^2 \varphi x \dot{\gamma} + \sin^2 \varphi \sin^2 \theta x \dot{\gamma} \\ + l \cos \theta \dot{\theta} - \frac{1}{2} \sin \varphi \sin 2\theta \dot{x} \end{pmatrix},$$

$$\tilde{c}_{21}^1 = \tilde{m}_c \quad 2 - \cos^2 \theta \quad x \dot{\gamma},$$

$$\tilde{c}_{22}^1 = \tilde{m}_c \begin{pmatrix} l \cos \varphi \cos \theta x \dot{\varphi} - l \sin \varphi \sin \theta x \dot{\theta} \\ + \frac{1}{2} \sin \varphi \sin 2\theta x^2 \dot{\gamma} - \cos^2 \theta x \dot{x} \\ + l^2 \sin 2\varphi \cos^2 \theta \dot{\varphi} + \cos^2 \varphi \sin 2\theta \dot{\theta} \\ + l \quad 1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \theta \quad \sin \theta x \dot{\gamma} \end{pmatrix} + \tilde{b}_\gamma,$$

$$\tilde{c}_{11}^2 = -\tilde{m}_c l \cos^2 \theta \begin{pmatrix} \cos \theta \sin \varphi \dot{\varphi} \\ + \sin 2\varphi \sin \theta \dot{\gamma} \end{pmatrix} - \tilde{b}_\varphi \frac{\cos \varphi}{l \cos \theta},$$

$$\tilde{c}_{12}^2 = -\tilde{m}_c l \cos \theta \quad \cos 2\varphi \dot{\gamma} + \sin \varphi \dot{\theta} \quad + \frac{\tilde{b}_\theta}{l} \sin \varphi \sin \theta,$$

$$\tilde{c}_{21}^2 = \tilde{m}_c \begin{pmatrix} l \cos \theta \quad \cos \varphi \dot{\gamma} + \sin \theta \cos \theta \dot{\varphi} \quad x \\ -l^2 \cos \varphi \cos^2 \theta \dot{\theta} \\ -2l \quad l \sin \varphi + 1 \quad \cos^2 \theta \cos \varphi \dot{\gamma} \end{pmatrix} - \tilde{b}_\varphi \cos \varphi \tan \theta,$$

$$\tilde{c}_{22}^2 = \tilde{m}_c \begin{pmatrix} -l^2 \cos^2 \theta \cos \varphi \dot{\varphi} + l \sin \theta x \dot{\theta} \\ -l \sin \varphi \sin \theta x \dot{\gamma} - l^2 \sin 2\theta \cos^2 \varphi \dot{\gamma} \end{pmatrix} + \tilde{b}_\theta \left(\sin \varphi + \frac{\cos \theta x}{l} \right),$$

$$\tilde{g}_1 = -\frac{1}{2} \tilde{m}_c g \cos^2 \theta \sin 2\varphi, \quad \tilde{g}_2 = \frac{1}{2} \tilde{m}_c g \sin 2\theta \cos \varphi x.$$

Thay (37) vào (23) dẫn đến

$$\bar{\mathbf{M}} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1 + 2\lambda \dot{\mathbf{q}}_1 + \alpha \dot{\mathbf{q}}_2 \\ + \lambda^T \lambda \quad \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_{1d} + \lambda \alpha \mathbf{q}_2 \end{Bmatrix} = \tilde{\mathbf{C}}_1 \dot{\mathbf{q}}_1 + \tilde{\mathbf{C}}_2 \dot{\mathbf{q}}_2 + \tilde{\mathbf{G}} + \tilde{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{q}}_r, \quad (39)$$

và được rút gọn thành

$$\bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} \quad \dot{\mathbf{s}} + \lambda \mathbf{s} = \tilde{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \quad \dot{\mathbf{q}}_1 + \tilde{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \quad \dot{\mathbf{q}}_2 + \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{q} + \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{q} \quad \dot{\mathbf{q}}_r, \quad (40)$$

với

$$\dot{\mathbf{q}}_r = -2\lambda \dot{\mathbf{q}}_1 - \alpha \dot{\mathbf{q}}_2 - \lambda^T \lambda \quad \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_{1d} - \lambda \alpha \mathbf{q}_2, \quad (41)$$

được gọi là vận tốc tham chiếu. Đại lượng này được khai triển thành hai thành phần

$$\dot{x}_r = -2\lambda_1 \dot{x} - \alpha_1 \dot{\varphi} - \lambda_1^2 \quad x - x_d - \lambda_1 \alpha_1 \varphi, \quad (42)$$

$$\dot{\gamma}_r = -2\lambda_2 \dot{\gamma} - \alpha_2 \dot{\theta} - \lambda_2^2 \quad \gamma - \gamma_d - \lambda_2 \alpha_2 \theta. \quad (43)$$

Động lực học mạch kín (40) cho thấy ràng buộc giữa mặt trượt và sai số tham số thông qua bộ lọc số mũ. Với phân tích trên, cấu trúc thích nghi được đề xuất có dạng như sau

$$\dot{\hat{m}}_c = -\frac{\beta_1}{\tilde{m}_c} \left\{ \begin{array}{l} \tilde{g}_1 s_1 + \tilde{g}_2 s_2 + \tilde{m}_{11} s_1 + \tilde{m}_{21} s_2 \quad \dot{x}_r \\ + \tilde{m}_{12} s_1 + \tilde{m}_{22} s_2 \quad \dot{\gamma}_r \\ + \frac{1}{2} \tilde{m}_{11} s_1^2 + \tilde{m}_{21} + \tilde{m}_{12} \quad s_1 s_2 + \tilde{m}_{22} s_2^2 \end{array} \right\}, \quad (44)$$

$$\dot{\hat{b}}_x = -\frac{\beta_2}{\tilde{b}_x} \tilde{c}_{11}^1 s_1 + \tilde{c}_{21}^1 s_2 \quad \dot{x}, \quad (45)$$

$$\dot{\hat{b}}_\gamma = -\frac{\beta_3}{\tilde{b}_\gamma} \tilde{c}_{12}^1 s_1 + \tilde{c}_{22}^1 s_2 \quad \dot{\gamma}, \quad (46)$$

$$\dot{\hat{b}}_\varphi = -\frac{\beta_4}{\tilde{b}_\varphi} \tilde{c}_{11}^2 s_1 + \tilde{c}_{21}^2 s_2 \quad \dot{\varphi}, \quad (47)$$

$$\dot{\hat{b}}_\theta = -\frac{\beta_5}{\tilde{b}_\theta} \tilde{c}_{12}^2 s_1 + \tilde{c}_{22}^2 s_2 \quad \dot{\theta}, \quad (48)$$

với $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4,$ và β_5 là các hệ số thích nghi.

$\tilde{m}_{11}, \tilde{m}_{12}, \tilde{m}_{21}, \tilde{m}_{22}$ là bốn phần tử của ma trận $\tilde{\mathbf{M}} \mathbf{q}$, có dạng

$$\tilde{m}_{11} = m_c \quad \sin 2\varphi \cos^2 \theta \dot{\varphi} - \sin 2\theta \sin^2 \varphi \dot{\theta}$$

$$\tilde{m}_{12} = -\frac{m_c}{2} \quad \cos \varphi \sin 2\theta x \dot{\varphi} + 2 \sin \varphi \cos 2\theta x \dot{\theta} + \sin \varphi \sin 2\theta \dot{x}$$

$$\tilde{m}_{21} = -\frac{m_c}{2} \quad \cos \varphi \sin 2\theta x \dot{\varphi} + 2 \sin \varphi \cos 2\theta x \dot{\theta} + \sin \varphi \sin 2\theta \dot{x}$$

$$\tilde{m}_{22} = 2 \quad m_i + m_c + \cos^2 \theta \quad x \dot{x} - \sin 2\theta \dot{\theta} x^2$$

Như thế, các tham số $\hat{m}_c, \hat{b}_x, \hat{b}_\gamma, \hat{b}_\varphi,$ và \hat{b}_θ được điều chỉnh bằng luật thích nghi (44)–(48). ■

Định lý: Luật điều khiển (38) kết hợp với bộ ước lượng tham số (44)–(48) ổn định số mũ đáp ứng $\mathbf{q} = x \quad \gamma \quad \varphi \quad \theta^T$ đến các giá trị tham chiếu

$$\mathbf{q}_d = x_d \quad \gamma_d \quad 0 \quad 0^T.$$

Chứng minh: Xét hàm Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \left(\mathbf{s}^T \bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} \quad \mathbf{s} + \frac{1}{\beta_1} \tilde{m}_c^2 + \frac{1}{\beta_2} \tilde{b}_x^2 \right) + \frac{1}{\beta_3} \tilde{b}_\gamma^2 + \frac{1}{\beta_4} \tilde{b}_\varphi^2 + \frac{1}{\beta_5} \tilde{b}_\theta^2. \quad (49)$$

Đạo hàm V theo thời gian, ta được

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} \dot{\mathbf{s}} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \dot{\bar{\mathbf{M}}} \mathbf{q} \mathbf{s} + \frac{1}{\beta_1} \tilde{m}_c \dot{m}_c + \frac{1}{\beta_2} \tilde{b}_x \dot{b}_x + \frac{1}{\beta_3} \tilde{b}_\gamma \dot{b}_\gamma + \frac{1}{\beta_4} \tilde{b}_\varphi \dot{b}_\varphi + \frac{1}{\beta_5} \tilde{b}_\theta \dot{b}_\theta \quad (50)$$

Thay (40) vào (50) ta được

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T \left(\begin{array}{l} \tilde{\mathbf{C}}_1 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \mathbf{q}_1 + \tilde{\mathbf{C}}_2 \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \mathbf{q}_2 \\ + \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{q} + \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{q} \dot{\mathbf{q}}_r + \frac{1}{2} \dot{\tilde{\mathbf{M}}} \mathbf{q} \mathbf{s} \end{array} \right) + \frac{1}{\beta_1} \tilde{m}_c \dot{m}_c + \frac{1}{\beta_2} \tilde{b}_x \dot{b}_x + \frac{1}{\beta_3} \tilde{b}_\gamma \dot{b}_\gamma + \frac{1}{\beta_4} \tilde{b}_\varphi \dot{b}_\varphi + \frac{1}{\beta_5} \tilde{b}_\theta \dot{b}_\theta - \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} \lambda \mathbf{s}, \quad (51)$$

được khai triển thành

$$\dot{V} = \left(\begin{array}{l} \tilde{c}_{11}^1 \dot{x}_1 + \tilde{c}_{21}^1 \dot{x}_2 + \tilde{c}_{12}^1 \dot{y}_1 + \tilde{c}_{22}^1 \dot{y}_2 \\ + \tilde{c}_{11}^2 \dot{\varphi}_1 + \tilde{c}_{21}^2 \dot{\varphi}_2 + \tilde{c}_{12}^2 \dot{\theta}_1 + \tilde{c}_{22}^2 \dot{\theta}_2 \\ + \tilde{g}_1 s_1 + \tilde{g}_2 s_2 + \tilde{m}_{11} \dot{x}_r s_1 + \tilde{m}_{21} \dot{x}_r s_2 \\ + \tilde{m}_{12} \dot{y}_r s_1 + \tilde{m}_{22} \dot{y}_r s_2 \\ + \frac{1}{2} \dot{\tilde{m}}_{11} s_1^2 + \dot{\tilde{m}}_{21} + \dot{\tilde{m}}_{12} s_1 s_2 + \dot{\tilde{m}}_{22} s_2^2 \end{array} \right) + \frac{1}{\beta_1} \tilde{m}_c \dot{m}_c + \frac{1}{\beta_2} \tilde{b}_x \dot{b}_x + \frac{1}{\beta_3} \tilde{b}_\gamma \dot{b}_\gamma + \frac{1}{\beta_4} \tilde{b}_\varphi \dot{b}_\varphi + \frac{1}{\beta_5} \tilde{b}_\theta \dot{b}_\theta - \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} \lambda \mathbf{s} \quad (52)$$

Thay luật thích nghi (44)–(48) vào (52) dẫn đến

$$\dot{V} = -\mathbf{s}^T \bar{\mathbf{M}} \mathbf{q} \lambda \mathbf{s} \leq 0, \quad (53)$$

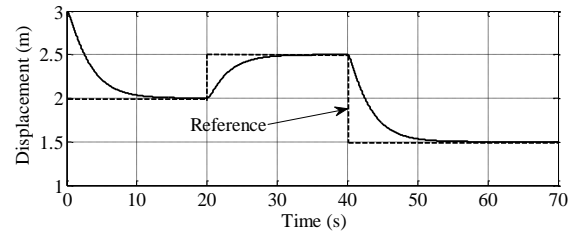
Chú ý rằng $\bar{\mathbf{M}} \mathbf{q}$ là ma trận xác định dương. $\dot{V} \leq 0$ với mọi $\lambda > 0$, suy ra $V \leq V_0$, và vì vậy, \mathbf{s} , \tilde{m}_c , \tilde{b}_x , \tilde{b}_γ , \tilde{b}_φ , và \tilde{b}_θ ở trong biên xác định. Bổ đề Barbalat chỉ ra rằng $\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{0}$ khi $t \rightarrow \infty$. Như thế, mặt trượt ổn định tiệm cận, dẫn đến $\mathbf{q}_1 \rightarrow \mathbf{q}_{1d}$ và $\mathbf{q}_2 \rightarrow \mathbf{0}$ khi $t \rightarrow \infty$. Vậy, bộ điều khiển thích nghi bền vững (38), mà các tham số của nó được cung cấp từ cơ cấu thích nghi (44)–(48), ổn định tiệm cận cần trục tháp mô tả bằng hệ động lực (15). Nói cách khác, hệ ổn định tiệm cận dưới tác động của bộ điều khiển (38) và cơ cấu thích nghi (44)–(48).

4. Mô phỏng và kết quả

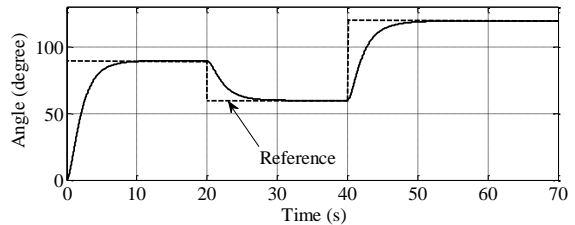
Ta tiến hành mô phỏng số đáp ứng của cần trục tháp dẫn động bởi bộ điều khiển đề xuất. Hệ mạch kín gồm mô hình toán (16) và (17), bộ điều khiển thích nghi bền vững (38), cấu trúc thích nghi (44)–(48) được mô phỏng số bằng MATLAB. Dữ liệu dùng để mô phỏng cho trên bảng 1. Ban đầu, hàng treo thẳng góc với nền: $\varphi(0) = \theta(0) = 0^0$. Di chuyển xe con và quay tháp được tiến hành đồng thời. Giá trị ban đầu của các tham số $\dot{m}_c = 0 = \dot{b}_x = 0 = \dot{b}_\gamma = 0 = \dot{b}_\varphi = 0 = \dot{b}_\theta = 0 = 0$ cho thấy không biết thông tin ban đầu của những tham số này. Kết quả mô phỏng thể hiện trên các hình 3–16.

Bảng 1. Tham số mô phỏng.

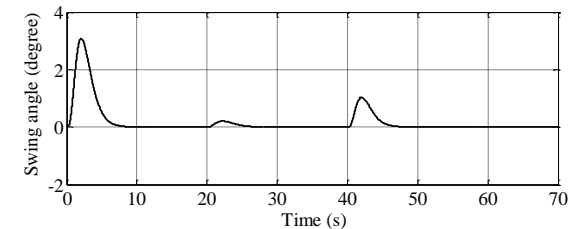
Cần trục tháp
$m_c = 5 \text{ kg}; m_t = 50 \text{ kg}; J = 30 \text{ kgm}^2; l = 3 \text{ m};$ $b_x = 90 \text{ Ns/m}; b_\gamma = 140 \text{ Ns/m}; b_\theta = 12 \text{ Ns/m};$ $b_\varphi = 12 \text{ Ns/m}; g = 9.81 \text{ m/s}^2$
Bộ điều khiển
$\lambda_1 = 0.8; \lambda_2 = 1; \alpha_1 = 0.5;$ $\alpha_2 = 0.5; K_1 = 0.5; K_2 = 0.5$
Cơ cấu thích nghi
$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0.2$



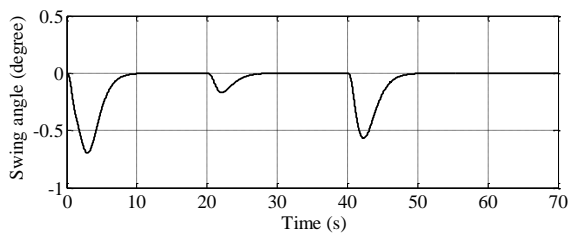
H. 3 Chuyển động xe con.



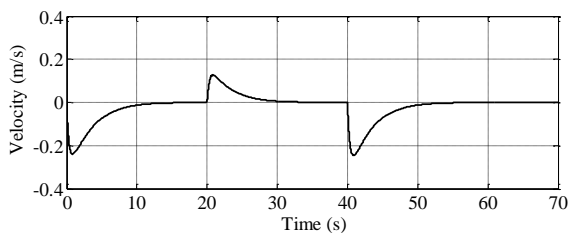
H. 4 Quay tháp.



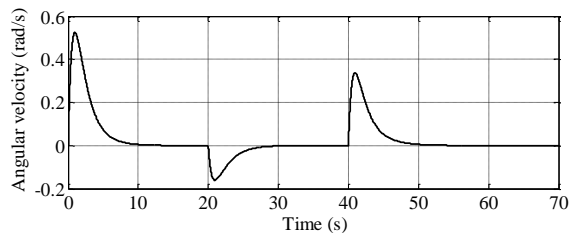
H. 5 Góc lắc hàng φ .



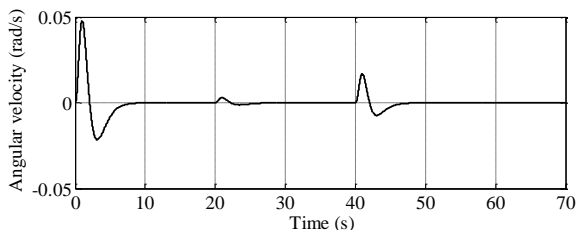
H. 6 Góc lắc hàng θ .



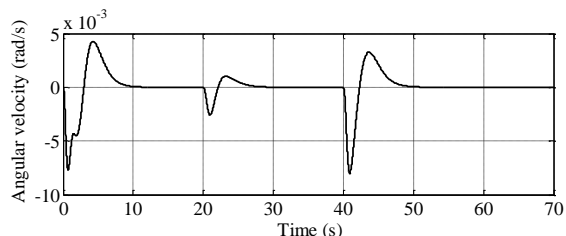
H. 7 Vận tốc xe con.



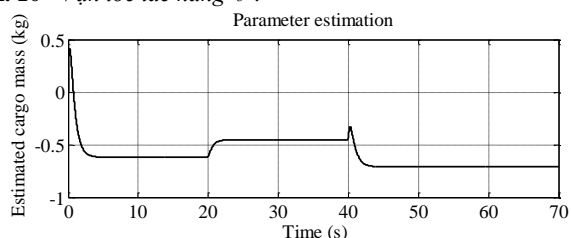
H. 8 Vận tốc quay tháp.



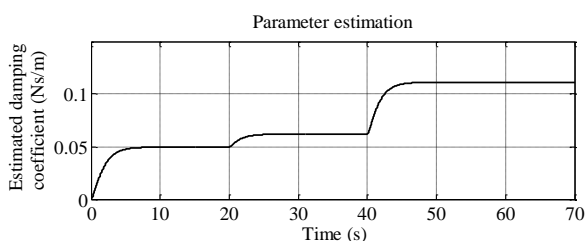
H. 9 Vận tốc lắc hàng ϕ .



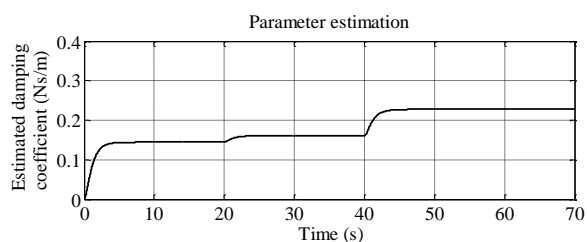
H. 10 Vận tốc lắc hàng θ .



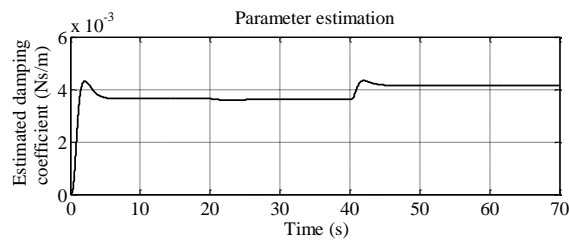
H. 11 Ước lượng khối lượng hàng \hat{m}_c .



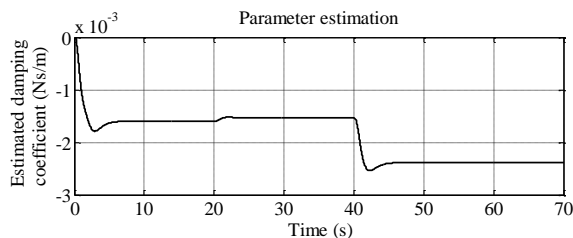
H. 12 Ước lượng hệ số cản \hat{b}_x .



H. 13 Ước lượng hệ số cản \hat{b}_y .



H. 14 Ước lượng hệ số cản \hat{b}_ϕ .



H. 15 Ước lượng hệ số cản \hat{b}_θ .

Đáp ứng cần trục tháp gồm chuyển động xe con, quay tháp, và các góc lắc hàng được thể hiện trên các hình 3–6. Xe con chuyển động tiệm cận đến vị trí yêu cầu. Tháp quay chính xác đến góc quay yêu cầu và không có lượng quá điều chỉnh. Các góc lắc hàng ϕ và θ được giữ nhỏ trong suốt quá trình vận chuyển và bị khử hoàn toàn ở đích đến. Đạo hàm số các chuyển vị (hình 3–6), ta được các yếu tố vận tốc thể hiện trên các hình 7–11. Các yếu tố vận tốc này tiến đến 0 theo sự ổn định tiệm cận của các thành phần chuyển vị.

Các tham số \hat{m}_c , \hat{b}_x , \hat{b}_y , \hat{b}_ϕ , và \hat{b}_θ , ước lượng bằng cấu trúc thích nghi, được thể hiện trên các hình từ 12–15. Mặc dù các tham số ước lượng không tiến tới các giá trị thực, nhưng chúng tiến tới các giá trị hằng ở trạng thái xác lập. Sở dĩ có điều này là do có nhiều giá trị của các tham số để đáp ứng của hệ hồi tự. Vì thế, cơ cấu thích nghi không quan tâm đến việc tìm ra các giá trị thực, miễn là hệ ổn định.

5. Kết luận

Chúng tôi vừa mới thiết kế thành công bộ điều khiển thích nghi bền vững dựa trên các kỹ thuật SMC và MRAC. Tính bền vững của hệ khi các tham số biến đổi rộng đến từ kỹ thuật SMC. Tính thích nghi của hệ đảm bảo bởi kỹ thuật MRAC mà ở đó bộ điều khiển không cần thông tin ban đầu của năm tham số quan trọng của hệ. Kết quả mô phỏng cho thấy bộ điều khiển làm việc tốt và đảm bảo hệ ổn định tiệm cận. Điều khiển dựa trên nền tảng MRAC và SMC cho một lớp các hệ phi tuyến hệt cơ cấu chấp hành sẽ là hướng nghiên cứu mở rộng trong tương lai.

Tài liệu tham khảo

- [1] H. M. Omar, A. H. Nayfeh, Gain scheduling feedback control for tower cranes, *Journal of Vibration and Control* 9 (2003) 399-418.

- [2] H. M. Omar, A. H. Nayfeh, Gantry cranes gain scheduling feedback control with friction compensation, *Journal of Sound and Vibration* 281 (2005) 1-20.
- [3] Z. N. Masoud, A. H. Nayfeh, A. A. Mousa, Delayed position feedback controller for the reduction of payload pendulations of rotary cranes, *Journal of Vibration and Control* 9 (2003) 257-277.
- [4] J. Vaughan, D. Kim, W. Singhose, Control of tower crane with double-pendulum payload dynamics, *IEEE Transactions on Control System Technology* 18 (2010) 1345-1358.
- [5] T. A. Le, V. -H. Dang, D. H. Ko, T. N. An, and S.-G. Lee, Nonlinear controls of a rotating tower crane in conjunction with trolley motion, *Journal of Systems and Control Engineering*, 227 (2013) 451-460.
- [6] W. Devesse, M. Pettersson, L. Feng, J. Wikander, A real-time optimal control method for swing-free tower crane motions, in: *Proceedings of 9th annual IEEE International Conference on Automation Science and Engineering*, Madison, Wisconsin, USA, 2013.



Lê Anh Tuấn tốt nghiệp đại học ngành Máy xếp dỡ, cao học ngành Máy & thiết bị tàu thủy tại trường Đại học Hàng hải vào các năm 2003 và 2007. Anh nhận bằng Tiến sĩ Kỹ thuật cơ khí tại Đại học Kyung Hee, Hàn Quốc năm 2012. Anh theo đuổi các

hướng nghiên cứu gồm: Động lực học máy, điều khiển phi tuyến ứng dụng, cơ điện tử, trí tuệ nhân tạo.



Phạm Văn Triệu tốt nghiệp đại học ngành Máy khai thác, cao học ngành Khai thác bảo trì tàu thủy tại trường Đại học Hàng hải vào các năm 2010 và 2013. Hiện tại, anh đang là Nghiên cứu sinh tại trường Đại học Hàng hải Việt Nam. Anh theo đuổi các hướng nghiên cứu gồm: Động lực học máy, Dao động

các máy rotor, điều khiển phi tuyến.