

# Thiết kế bộ điều khiển PID dự báo với cửa sổ dự báo vô hạn để điều khiển thích nghi hệ truyền động bánh răng

## Design a predictive PID controller with infinite horizon for adaptive control of gearing systems

Lê Thị Thu Hà  
Đại học Kỹ Thuật Công Nghiệp Thái Nguyên  
hahien1977@gmail.com

Nguyễn Doãn Phước  
Đại học Bách khoa Hà Nội  
phuoc.nguyendoan899@gmail.com

### Tóm tắt

Bài báo giới thiệu một phương pháp thiết kế bộ điều khiển PID dự báo để điều khiển hệ truyền động qua bánh răng. Khác với những bộ điều khiển PID dự báo trước đây với cửa sổ dự báo hữu hạn, bộ điều khiển PID dự báo giới thiệu trong bài báo này có cửa sổ dự báo là vô hạn. Điều này giúp cho nó không cần phải có thêm hàm phạt trong hàm mục tiêu mà vẫn đảm bảo được tính ổn định của hệ kín. Hơn thế nữa, do có cửa sổ dự báo vô hạn nên khi áp dụng cho đối tượng truyền động bánh răng, số lượng các phép tính phải thực hiện giảm bớt đáng kể, gián tiếp làm tăng tốc độ xử lý của PID thích nghi.

**Từ khóa:** *Chỉnh định PID; Điều khiển dự báo; Cửa sổ dự báo vô hạn; Quy hoạch động.*

### Abstract

The paper proposes an approach to design a PID controller for tracking control gearing transmission systems. Unlike all previously presented predictive PIDs with finite horizon, the here proposed predictive PID controller uses an infinite horizon. That helps this PID controller still ensuring the stability of closed systems without using an additional penalty function in the objective function as usual. Moreover, with the infinite horizon and by applying to control gearing systems, the number of calculating operations is reduced, which indirectly increases the processing speed of adaptive PID controller.

**Keywords:** *PID tuning; Model predictive control; Infinite horizon; Dynamic programming.*

## 1. Đặt vấn đề

PID là bộ điều khiển được sử dụng phổ cập nhất trong các thiết bị tự động công nghiệp. Theo [1] thì có đến hơn 95% thiết bị điều chỉnh tự động trong công nghiệp là PID. Do đó bất cứ một sự cải thiện nhỏ nào về chất lượng điều khiển của PID cũng đều có thể đưa đến những hiệu quả cao về kinh tế và năng suất lao động. Cũng chính vì lý do đó mà ngày nay số các phương pháp thiết kế và chỉnh định tham số PID là rất nhiều và khó có thể thống kê chúng được đầy đủ chỉ trong một quyển sách tra cứu dưới nghìn trang. Những phương pháp đã được phổ cập này bao gồm cả các phương pháp đơn giản như Ziegler-Nichols, tối ưu modul, tối ưu đối xứng ... [2],[3] cho đến các phương pháp hiện đại hơn có khả năng tự chỉnh định thích nghi bền vững như PLL (phase-look loop), MS

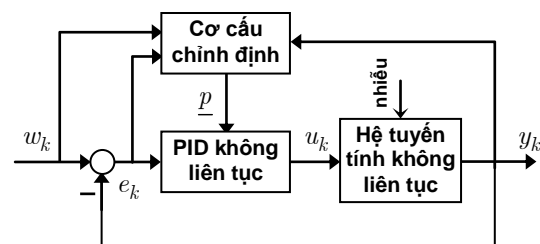
(maximum sensivity)... [1] hay PID mờ, PID-ML (multi loop), PID-GA (genetic algorithm), PID chỉnh định trong không gian con... .

Chính vì sự có mặt rộng rãi mang tính phổ cập trong công nghiệp như vậy của bộ điều khiển PID mà bất cứ một thành tựu tiên bộ nào của các ngành khoa học liên quan khác như vật liệu, tin học, tối ưu hóa... cũng đều được áp dụng để cải tiến, nâng cao chất lượng làm việc cho PID. Bộ điều khiển PID dự báo giới thiệu trong tài liệu [2] là một ví dụ.

Cũng trên nền điều khiển dự báo [4] nhưng khác với bộ điều khiển PID đã được giới thiệu bởi [2] với cửa sổ dự báo hữu hạn, bài báo này sẽ đề xuất một thuật toán làm việc của bộ điều khiển PID dự báo có khả năng tự chỉnh định tham số trong cửa sổ dự báo vô hạn. Nhờ đó tính bám ổn định theo quỹ đạo mẫu đặt trước của hệ điều khiển luôn được đảm bảo mà không cần phải sử dụng thêm hàm phạt, vốn cho tới nay vẫn chưa có được một gợi ý tổng quát hợp lý nào cho việc chọn chúng.

## 2. Thiết kế bộ điều khiển PID dự báo

### 2.1 Chuyển bài toán điều khiển bám thành bài toán điều khiển ổn định



Hình 1: Sơ đồ hệ điều khiển sử dụng PID

Hình 1 biểu diễn minh họa hệ điều khiển có sử dụng bộ điều khiển PID cho đối tượng tuyến tính liên tục nói chung. Bộ điều khiển PID này được mô tả trong miền thời gian liên tục bởi:

$$u(t) = k_p \left( e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (1)$$

với ba tham số  $k_p, T_I, T_D$  cần được xác định để hệ kín có được chất lượng mong muốn mà trước tiên là tính ổn định và khả năng đầu ra  $y(t)$  bám theo được giá trị đặt  $w(t)$  ở đầu vào, tức là có được chất lượng:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

với

$$e = w - y \text{ và } |e(t)| < \infty, \forall t.$$

Nếu chuyển sang dạng không liên tục tương đương với chu kỳ trích mẫu  $T_a$ , thì tùy theo công thức xấp xỉ được sử dụng thành cho phân tích phân có trong (1) mà hàm truyền của bộ điều khiển PID không liên tục có thể ở một trong ba dạng sau [3]:

$$G_{\text{PID}}(z) = k_p \left[ 1 + \frac{T_a}{T_I(z-1)} + \frac{T_D(z-1)}{T_a z} \right]$$

$$G_{\text{PID}}(z) = k_p \left[ 1 + \frac{T_a z}{T_I(z-1)} + \frac{T_D(z-1)}{T_a z} \right]$$

$$G_{\text{PID}}(z) = k_p \left[ 1 + \frac{T_a(z+1)}{2T_I(z-1)} + \frac{T_D(z-1)}{T_a z} \right]$$

Tất nhiên tất cả các dạng trên đều biểu diễn được ở miền thời gian theo cấu trúc chung như sau:

$$u_k = k_1 e_{k-1} + k_2 e_k + k_3 \Phi_k = \underline{x}_k^T \underline{p} \quad (2)$$

trong đó:

$$\Phi_k = \sum_{i=0}^{k-1} e_i = \Phi_{k-1} + e_{k-1}$$

$$\underline{x}_k^T = (e_{k-1}, e_k, \Phi_k)$$

$$\underline{p} = (k_1, k_2, k_3)^T$$

và  $\underline{p}$  lúc này là vector chứa ba tham số tương ứng cần xác định của bộ điều khiển PID số.

Việc xác định các tham số PID để hệ kín có được chất lượng mong muốn hoàn toàn phụ thuộc vào đối tượng được điều khiển. Ở đây ta giả thiết đối tượng được điều khiển là hệ SISO (một vào - một ra), có trễ, tuyến tính, mô tả bởi:

$$G(z) = \frac{b_m z^{-m} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} = \frac{Y(z)}{U(z)} \quad (3)$$

trong đó  $b_m, \dots, b_n, a_1, \dots, a_n$  với  $b_m \neq 0$  là các tham số mô hình đối tượng.

Nếu viết lại mô hình hàm truyền trên trực tiếp trong miền thời gian, ta sẽ có:

$$\begin{aligned} y_k + a_1 y_{k-1} + \dots + a_n y_{k-n} &= \\ &= b_m u_{k-m} + \dots + b_n u_{k-n} \end{aligned}$$

và điều này là tương đương với:

$$\begin{aligned} e_k &= w_k - y_k \\ &= w_k + \sum_{i=1}^n a_i y_{k-i} - \sum_{i=m}^n b_i u_{k-i} \end{aligned} \quad (4)$$

Tiếp tục, khi sử dụng ký hiệu:

$$\begin{aligned} s_k &= w_k + a_1 w_{k-1} + \sum_{i=2}^n a_i y_{k-i} - \sum_{i=m+1}^n b_i u_{k-i} \\ &= w_k + a_1 w_{k-1} + \underline{a}^T \underline{y} - \underline{b}^T \underline{u} \end{aligned}$$

trong đó:

$$\underline{a} = (a_2, \dots, a_n)^T,$$

$$\underline{b} = (b_{m+1}, \dots, b_n)^T,$$

$$\underline{u} = (u_{k-m-1}, \dots, u_{k-n})^T,$$

$$\underline{y} = (y_{k-2}, \dots, y_{k-n})^T$$

thì khi kết hợp cùng với (2), mô hình trong miền thời gian (4) trên trở thành:

$$\begin{aligned} e_k &= s_k - a_1 e_{k-1} - b_m u_{k-m} = s_k - a_1 e_{k-1} - b_m \underline{x}_{k-1}^T \underline{p} \\ &= -a_1 e_{k-1} - b_m \underline{x}_{k-1}^T \underline{p} \end{aligned}$$

trong đó:

$$\underline{v}_{k-1} = \underline{p} - \underline{p}_k \quad (6)$$

với  $\underline{p}_k$  là nghiệm của:

$$b_m \underline{x}_{k-1}^T \underline{p}_k = -s_k$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} \underline{x}_k &= \begin{pmatrix} e_{k-1} \\ e_k \\ \Phi_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{k-1} \\ s_k - a_1 e_{k-1} - b_m \underline{x}_{k-1}^T \underline{p} \\ \Phi_{k-1} + e_{k-1} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -a_1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \underline{x}_{k-1} + \begin{pmatrix} \underline{0}^T \\ -b_m \underline{x}_{k-1}^T \underline{p} \\ \underline{0}^T \end{pmatrix} \underline{v}_{k-1} \\ &= A \underline{x}_{k-1} + B(\underline{x}_{k-1}) \underline{v}_{k-1} \end{aligned} \quad (7)$$

có

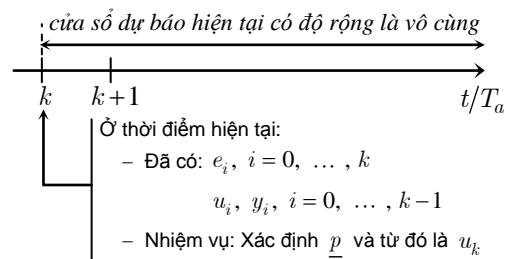
$$\underline{0}^T = (0, 0, 0), \underline{v}_k = \underline{p} - \underline{p}_k$$

và:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -a_1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B(\underline{x}_{k-1}) = \begin{pmatrix} \underline{0}^T \\ -b_m \underline{x}_{k-1}^T \\ \underline{0}^T \end{pmatrix} \quad (8)$$

Như vậy, với mô hình (7) của sai lệch bám trên thì bài toán chỉnh định vector tham số  $\underline{p}$  cho bộ điều khiển PID sao cho hệ kín đạt được chất lượng bám ổn định theo giá trị  $w_k$  đặt trước là tương đương với việc điều khiển ổn định hệ song tuyến (7).

## 2.2 Xây dựng nguyên tắc làm việc cho bộ điều khiển PID dự báo có cửa sổ dự báo vô hạn



Hình 2: Mô tả nguyên lý chỉnh định dự báo

Hình 2 mô tả nguyên lý chỉnh định dự báo tham số PID cho hệ tuyến tính nói chung và hệ truyền động bánh răng nói riêng. Nguyên lý này làm việc như sau:

- Ở thời điểm  $k$  hiện tại và thông qua việc đo các giá trị tín hiệu trong quá khứ và khi đã có được các giá trị:

$$e_i, i = 0, \dots, k$$

$$u_i, y_i, i = 0, \dots, k-1$$

thì cũng ở chính thời điểm đó ta hoàn toàn có thể thay thế mô hình song tuyến (7) bằng một mô hình tuyến tính tham số hằng:

$$\underline{x}_{k+1} = A\underline{x}_k + B_k \underline{v}_k \quad (9)$$

trong đó:

$$B_k = B(\underline{x}_k)$$

Việc thay thế này là hợp lệ, vì ở thời điểm  $k$  hiện tại, do đã có tất cả các giá trị  $e_i, i = 0, \dots, k$  và  $u_i, y_i, i = 0, \dots, k-1$  nên cũng có  $\underline{x}_k, s_{k+1}$ , tức là có  $B(\underline{x}_k)$  và  $\underline{p}_{k+1}$ .

Ngoài ra, nghiệm  $\underline{p}_{k+1}$  của phương trình:

$$b_m \underline{x}_k^T \underline{p}_{k+1} = -s_{k+1}$$

luôn tồn tại nếu có  $|b_m \underline{x}_k^T| \neq 0$ , thậm chí còn có thể là vô số. Chẳng hạn như:

$$\underline{p}_{k+1} = (0, 0, -s_{k+1}/(b_m \Phi_k))^T \quad (10)$$

là một nghiệm của nó nếu như có  $b_m \Phi_k \neq 0$ .

- Tiếp theo, để xác định  $\underline{v}_k$ , ta sử dụng phương pháp điều khiển tối ưu ứng với hàm mục tiêu:

$$Q(\underline{p}) = \sum_{i=k}^{\infty} \left[ \underline{x}_i^T Q_k \underline{x}_i + \underline{v}_i^T R_k \underline{v}_i \right] \rightarrow \min \quad (11)$$

với  $Q_k, R_k$  là hai ma trận đối xứng xác định dương tùy chọn.

Việc chọn hàm mục tiêu (11) là hoàn toàn phù hợp với cửa sổ dự báo tại thời điểm  $k$  có độ rộng bằng vô hạn như mô tả ở hình 2. Hơn thế nữa, theo [3] thì cũng ở thời điểm  $k$  hiện tại và khi được điều khiển tối ưu với hàm mục tiêu (11), hệ LTI thay thế (9) chắc chắn sẽ ổn định tiệm cận, tức là chắc chắn sẽ có  $\underline{x}_k \rightarrow \underline{0}$ , do đó cũng có  $e_k = w_k - y_k \rightarrow \underline{0}$ .

- Sử dụng phương pháp quy hoạch động Bellman ta có nghiệm  $\underline{v}_k$  của bài toán tối ưu (11) như sau:

$$\underline{v}_k = -\left( R_k + B_k^T L_k B_k \right)^{-1} B_k^T L_k A \underline{x}_k \quad (12)$$

trong đó  $L_k$  là nghiệm đối xứng xác định dương của phương trình đại số Riccati cho trường hợp hệ không liên tục:

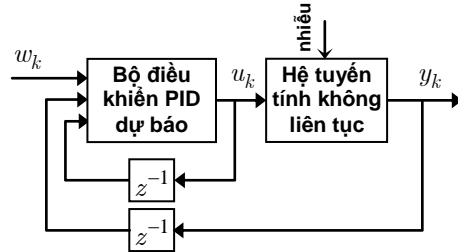
$$L_k = Q_k + A^T L_k A - A^T L_k B_k \left( R_k + B_k^T L_k B_k \right)^{-1} B_k^T L_k A$$

- Cuối cùng, từ  $\underline{v}_k$  của (12) ta có  $\underline{p} = \underline{v}_k + \underline{p}_{k+1}$  và cùng với nó là:

$$u_k = \underline{x}_k^T \underline{p}$$

### 2.3 Thuật toán PID dự báo với cửa sổ dự báo vô hạn

Hình 3 là sơ đồ khối hệ điều khiển sử dụng PID dự báo, bao gồm cả cơ cấu chỉnh định tham số  $\underline{p}$ . Sơ đồ này là hoàn toàn tương đương với sơ đồ đã được trình bày ở hình 1 trước đây, nhưng được chỉnh sửa gọn lại bằng việc ghép chung khối chỉnh định vào cùng với bộ điều khiển, nhằm làm cho nó phù hợp hơn với cấu trúc thuật toán được mô tả dưới đây.



Hình 3: Cấu trúc hệ điều khiển sử dụng PID dự báo.

Nguyên lý làm việc của bộ điều khiển PID dự báo trong hình 3 với các bước tính đã được xây dựng ở mục trước đó, có cấu trúc vòng lặp như sau:

1. Khai báo các mảng dữ liệu:

$$\underline{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$$

$$\underline{u} = (u_1, \dots, u_{n-1})^T, \quad \underline{y} = (y_1, \dots, y_{n-1})^T$$

trong đó  $n$  là bậc mô hình đối tượng điều khiển. Sau này các mảng dữ liệu  $\underline{x}, \underline{u}, \underline{y}$  trên sẽ lưu giữ các giá trị đo được từ hệ thống ở bước thứ  $k$  với trình tự như sau:

$$x_1 = e_{k-1}, x_2 = e_k, x_3 = \Phi_k$$

$$u_i = u_{k-m-i}, y_i = y_{k-1-i}, i = 1, \dots, n-1$$

2. Gán các giá trị khởi phát:

$$\underline{x} = \underline{0}, \underline{u} = \underline{y} = \underline{0} \text{ và } k = 0.$$

3. Chọn hai ma trận đối xứng xác định dương  $Q, R$  cùng có kích thước  $3 \times 3$ . Đây cũng chính là hai ma trận  $Q_k, R_k$  có trong công thức (11) nhưng đã được viết gọn lại thành  $Q, R$  vì trong thuật toán chúng luôn được cập nhật theo vòng lặp  $k$ .

4. Đo  $e_k$ . Sắp xếp lại mảng  $\underline{x}$  như sau:

$$x_1 := x_2, x_2 = e_k, x_3 := x_3 + e_k$$

5. Nếu  $b_m x_3 = 0$  thì chuyển tới bước 10.

6. Tính

$$s = w_k + a_1 w_{k-1} + \underline{a}^T \underline{y} - \underline{b}^T \underline{u}$$

với  $\underline{a}, \underline{b}$  cho bởi (5) và  $\{w_k\}$  là dãy giá trị đặt cho trước. Lập ma trận:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -b_m x_1 & -b_m x_2 & -b_m x_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Nếu cặp ma trận  $(A, B)$  với  $A$  cho bởi (8), là không điều khiển được thì chuyển tới bước 10.

8. Tìm nghiệm  $L$  đối xứng xác định dương của phương trình Riccati không liên tục.

$$L = Q + A^T L A - A^T L B (R + B^T L B)^{-1} B^T L A$$

và từ đó tính:

$$\underline{p} = - (R + B^T L B)^{-1} B^T L A \underline{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -s/(b_m x_3) \end{pmatrix}$$

Ở đó, công thức xác định tham số PID  $\underline{p}$  này là đã được lấy từ quan hệ (6) và (10). Ngoài ra, ma trận  $L_k$  trong (12) nay được viết ngắn gọn thành  $L$  vì nó luôn được cập nhật lại theo vòng lặp  $k$ .

9. Đưa tín hiệu điều khiển ở thời điểm  $k$  hiện tại:

$$u_k = \underline{x}^T \underline{p}$$

vào điều khiển đối tượng.

10. Đo  $y_k$  và sắp xếp lại hai mảng  $\underline{u}$ ,  $\underline{y}$  như sau:

$$u_i := u_{i-1}, y_i := y_{i-1}, i = n-1, \dots, 2$$

$$u_1 = u_k, y_1 := y_k$$

11. Gán  $k := k+1$  và quay về bước 3.

Đặc biệt, trong thuật toán PID dự báo trình bày ở trên, khi mà hai ma trận  $Q_k$ ,  $R_k$  được chọn là hằng số cho mọi bước dịch chuyển của số điều khiển  $k$ , thì ở bước 11, thay vì quay về bước 3 ta chỉ cần quay về bước 4.

### 3. Áp dụng vào điều khiển hệ truyền động qua bánh răng

#### 3.1 Mô hình không liên tục xấp xỉ tuyến tính của hệ truyền động bánh răng

Để minh họa thuật toán PID dự báo được đề xuất, sau đây ta sẽ áp dụng nó cho bài toán điều khiển hệ truyền động qua bánh răng với mô hình tổng quát lấy từ tài liệu [5] như sau:

$$\begin{cases} \bar{J}_1 \ddot{\varphi}_1 + \hat{c} r_{L1}^2 \cos^2 \alpha_L (\varphi_1 + i_{12} \varphi_2) = M_d - M_{ms1} \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - \hat{c} r_{L2}^2 \cos^2 \alpha_L (\varphi_2 + i_{21} \varphi_1) = -M_c - M_{ms2} \end{cases} \quad (13)$$

trong đó:

$$\hat{c} = \begin{cases} c & \text{ở khớp trục} \\ 0 & \text{ở khớp khe hở} \end{cases}$$

và:

- $\bar{J}_1 = J_d + J_1$  với  $J_d$  là moment quán tính của động cơ dẫn động,  $J_1$  là moment quán tính của trục và bánh răng dẫn động,
- $r_{L1}$ ,  $r_{L2}$  là bán kính vòng tròn lăn của bánh răng dẫn động (bánh răng 1) và bị động (bánh răng 2),
- $\alpha_L$  góc ăn khớp của hai bánh răng, và cũng là đại lượng đánh giá khe hở giữa các bánh răng,
- $c$  là đại lượng đánh giá độ cứng của bánh răng,
- $M_d$  là moment đặt và  $M_c$  là moment cản,
- $M_{ms1}$ ,  $M_{ms2}$  là các moment ma sát trong các ổ đỡ trục,

- $i_{12} = r_{02} / r_{01}$  và  $i_{21} = r_{01} / r_{02}$  là tỷ số hai bán kính của các bánh răng.

Mô hình (13) trên được gọi là mô hình tổng quát vì nó chứa đựng đầy đủ các ảnh hưởng của biến dạng vật liệu thông qua tham số  $c$  và hiệu ứng mài mòn vật liệu tạo ra khe hở giữa các bánh răng thông qua góc ăn khớp  $\alpha_L$  cũng như các tạp nhiễu, mô tả dưới dạng hàm bất định, tác động lên hệ thống bao gồm moment tải  $M_c$  (nhiều đầu ra) và moment ma sát  $M_{ms1}$ ,  $M_{ms2}$  (nhiều hệ thống).

Nếu như ở đây ta có thể giả thiết thêm là các moment ma sát chỉ phụ thuộc vào tốc độ:

$$M_{ms1} = \gamma_1 \dot{\varphi}_1 \text{ và } M_{ms2} = \gamma_2 \dot{\varphi}_2$$

cũng như hệ đang ở chế độ làm việc có các bánh răng gần ăn khớp, được xấp xỉ bởi  $\hat{c} \approx c$ ,  $\forall t$  kết hợp thêm hiện tượng trễ đầu vào  $u(t-\tau) = M_d$  có  $\tau$  đủ nhỏ để bù cho sự xấp xỉ này, thì với các ký hiệu bổ sung:

$$c r_{L1}^2 \cos^2 \alpha_L = c_{z1}, c r_{L2}^2 \cos^2 \alpha_L = c_{z2}$$

mô hình tổng quát trên sẽ viết lại được thành:

$$\begin{cases} \bar{J}_1 \ddot{\varphi}_1 + \gamma_1 \dot{\varphi}_1 + c_{z1} (\varphi_1 + i_{12} \varphi_2) = u(t-\tau) \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 + \gamma_2 \dot{\varphi}_2 - c_{z2} (\varphi_2 + i_{21} \varphi_1) + M_c = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Tiếp theo, từ phương trình thứ hai và khi hệ là biến đổi không nhanh để có:

$$\ddot{\varphi}_2 = 0$$

ta sẽ được với  $M_c = 0$ :

$$\begin{cases} c_{z2} i_{21} \varphi_1 = -c_{z2} \varphi_2 + \gamma_2 \dot{\varphi}_2 \\ c_{z2} i_{21} \dot{\varphi}_1 = -c_{z2} \dot{\varphi}_2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow c_{z2} i_{21} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \dot{\varphi}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c_{z2} & \gamma_2 \\ 0 & -c_{z2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 \end{pmatrix} = c_{z2} i_{21} \begin{pmatrix} -c_{z2} & \gamma_2 \\ 0 & -c_{z2} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \dot{\varphi}_1 \end{pmatrix} \\ = \frac{c_{z2} i_{21}}{c_{z2}^2} \begin{pmatrix} -c_{z2} & -\gamma_2 \\ 0 & -c_{z2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \dot{\varphi}_1 \end{pmatrix}$$

Từ đó suy ra:

$$\varphi_2 = \beta_1 \varphi_1 + \beta_2 \dot{\varphi}_1 \quad (15)$$

trong đó:

$$\beta_1 = -i_{21}, \beta_2 = -\frac{c_{z2} i_{21} \gamma_2}{c_{z2}^2}$$

là những tham số hằng.

Thay nghiệm (15) này vào phương trình thứ nhất trong (14), sẽ được:

$$\begin{aligned} u(t-\tau) &= \bar{J}_1 \ddot{\varphi}_1 + \gamma_1 \dot{\varphi}_1 + \\ &+ c_{z1} [\varphi_1 + i_{12} (\beta_1 \varphi_1 + \beta_2 \dot{\varphi}_1)] \\ &= \bar{J}_1 \ddot{\varphi}_1 + (\gamma_1 + c_{z1} i_{12} \beta_2) \dot{\varphi}_1 + c_{z1} (1 + i_{12} \beta_1) \varphi_1 \end{aligned}$$

Sử dụng ký hiệu  $y = \varphi_2$  cho tín hiệu đầu ra ta đến được hàm truyền liên tục mô tả mô hình xấp xỉ tuyến tính của hệ truyền động bánh răng (13) như sau:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{\Phi_1(s)} \cdot \frac{\Phi_1(s)}{U(s)} = \frac{\beta_1 + \beta_2 s}{\alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3} e^{-\tau s}$$

với  $Y(s), \Phi_1(s), U(s)$  là ảnh Laplace của  $y, \varphi_1, u$ ,

$$\alpha_1 = \bar{J}_1$$

$$\alpha_2 = \gamma_1 + c_{z1} i_{12} \beta_2 \text{ và } \alpha_3 = c_{z1} (1 + i_{12} \beta_1)$$

Cuối cùng, khi chuyển sang dạng không liên tục tương ứng với chu kỳ trích mẫu  $T_a = \tau$  và tín hiệu đầu vào có dạng hằng số từng đoạn, ta sẽ được hàm truyền không liên tục có trễ tương đương như sau:

$$G(z) = \mathbf{z}\{G(s)\} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (16)$$

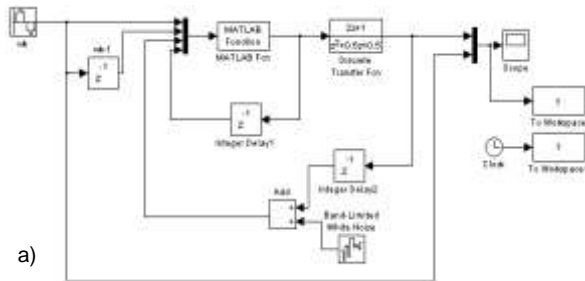
trong đó các tham số hằng  $b_1, b_2, a_1, a_2$  được suy ra một cách tương ứng từ  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  và  $\beta_1, \beta_2$ .

### 3.2 Kết quả mô phỏng

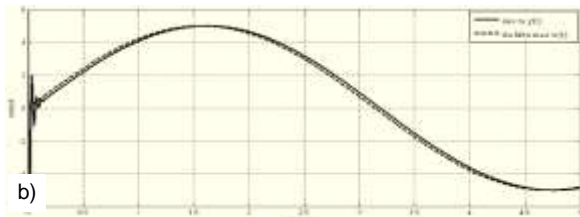
Trong quá trình mô phỏng với mô hình xấp xỉ tuyến tính (16) ở trên, các ảnh hưởng của sai lệch mô hình sinh ra bởi xấp xỉ tuyến tính cũng như ảnh hưởng của moment cản  $M_c$  ở đầu ra sẽ được minh họa bằng những tác động nhiễu ồn trắng ở đầu vào và đầu ra của hệ. Ngoài ra, khi so sánh với mô hình thích hợp của thuật toán PID dự báo là hàm truyền trong công thức (3) thì ở đây trong mô hình xấp xỉ tuyến tính này còn có  $m=1$ .

Hình 4 là kết quả mô phỏng được thực hiện với các tham số cụ thể của mô hình (16) là:

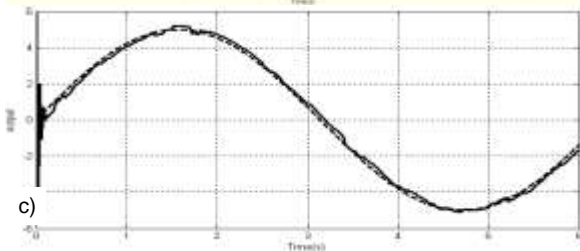
$$n = 2, b_1 = 2, b_2 = 1 \text{ và } a_1 = a_2 = 0.5$$



a)



b)



c)

**Hình 4:** Kết quả mô phỏng khi không có nhiễu và khi có nhiễu ồn trắng ở đầu ra

Chi tiết hơn, hình 4a) là sơ đồ khối thực hiện mô phỏng được xây dựng trên MatLab. Hình 4b) là kết quả mô phỏng thu được khi không có nhiễu tác động cũng như đối tượng điều khiển có trạng thái đầu là  $(2, 0)$ , trong đó đường nét liền là đồ thị tín hiệu đầu ra thực có của hệ  $y_k$  và đường nét rời biểu diễn dãy giá trị tín hiệu mẫu cho trước có dạng tín hiệu điều hoà hình sin:

$$w_k = \sin(10^{-2} k) \quad (17)$$

để tạo ra quá trình đảo chiều quay liên tục trong hệ.

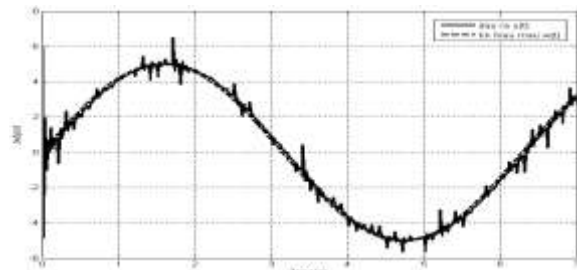
Hình 4c) là kết quả mô phỏng khi hệ có nhiễu ồn trắng tác động ở đầu ra được phản hồi về với cùng tín hiệu đặt trước là (17). Từ kết quả mô phỏng này và khi được so sánh với trường hợp không có nhiễu ở hình 4b), ta hoàn toàn khẳng định được rằng bộ điều khiển PID thích nghi của bài báo đã kháng được tốt nhiễu đầu ra có lẫn trong tín hiệu đo.

Hơn nữa, khác với những bộ điều khiển PID thông thường khác, bộ điều khiển PID dự báo này đã không tạo ra hiệu ứng sai lệch góc pha ở chế độ xác lập khi đầu vào là tín hiệu điều hoà như ở công thức (17).

## 4. Kết luận

Bài báo đã nghiên cứu xây dựng được bộ điều khiển PID tự chỉnh định tham số theo nguyên lý điều khiển dự báo với cửa sổ dự báo vô hạn. Bộ điều khiển PID này cũng đã được bài báo áp dụng thử nghiệm trên hệ truyền động bánh răng với mô hình xấp xỉ tuyến tính có trễ và nhiễu đầu ra minh họa tác động của moment tải  $M_c$  để đánh giá chất lượng thích nghi. Kết quả mô phỏng trên MatLab cho thấy bộ điều khiển PID dự báo đề xuất này có khả năng kháng được tốt loại nhiễu đo ở đầu ra và không tạo ra hiệu ứng sai lệch góc pha ở chế độ xác lập.

Tuy nhiên, để đánh giá một cách đầy đủ hơn nữa về chất lượng thích nghi của bộ điều khiển PID được đề xuất, bài báo cũng đã tiếp tục thực hiện mô phỏng cho trường hợp hệ truyền động bánh răng có nhiễu ồn trắng ở đầu vào. Hình 5 là kết quả mô phỏng thu được. Nó cho thấy khả năng kháng nhiễu đầu vào của bộ PID thích nghi này là rất kém, trong khi loại nhiễu này lại rất dễ được loại bỏ nhờ nguyên lý điều khiển thích nghi theo mô hình mẫu [3]. Từ đây, bài toán kết hợp bộ điều khiển PID dự báo với điều khiển thích nghi theo mô hình mẫu nhằm nâng cao hơn nữa khả năng thích nghi cho bộ điều khiển sẽ là nhiệm vụ nghiên cứu tiếp theo của nhóm tác giả.



**Hình 5:** Kết quả mô phỏng khi có nhiễu đầu vào.

## Tài liệu tham khảo

- [1] Astrom, K.J. and Hagglund, T.: *PID Controllers*. Instrument Society of America. 2. Edition, 1994.
- [2] Johnson, M.A. and Moradi, M.H.: *PID Control. New Identification and Design Methods*. Springer London, 2005.
- [3] Phước, N.D.: *Lý thuyết điều khiển nâng cao*. NXB KH&KT. In lần thứ 4, 2009.
- [4] Camacho, E. and Bordons, C.: *Model predictive control*. Springer, 1999.
- [5] Hà, L.T.T.: *Một số giải pháp nâng cao chất lượng hệ truyền động có khe hở trên cơ sở điều khiển thích nghi, bền vững*. Luận án tiến sỹ kỹ thuật. ĐHKTCN Thái Nguyên, 2013.



**Lê Thị Thu Hà** tốt nghiệp đại học và cao học năm 1999, 2003 của trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp Thái Nguyên. Năm 2013 nhận bằng TS. ngành Tự động hoá tại trường ĐHKTCN Thái Nguyên. Từ năm 2008 đến nay là Trưởng bộ môn Kỹ thuật Điện, Khoa Điện của Đại học Kỹ thuật Công nghiệp Thái Nguyên. Hướng chuyên môn chính: điều khiển và tự

động hoá các hệ cơ điện tử.



**Nguyễn Doãn Phước** tốt nghiệp Đại học năm 1981, nhận bằng TS. Năm 1994, tất cả đều về chuyên ngành Lý thuyết các hệ thống điều khiển của trường Tổng hợp kỹ thuật Dresden. Từ năm 1997 đến nay công tác tại Bộ môn Điều khiển Tự động, Đại học Bách khoa Hà Nội, được phong học hàm PGS năm 2003 và GS năm 2013.

Hướng chuyên môn chính là điều khiển thích nghi bền vững hệ phi tuyến, tối ưu hoá trong điều khiển và điều khiển tối ưu.