

# Điều khiển chủ động hệ dao động tuyến tính cưỡng bức có cản nhớt bằng hai roto lệch tâm quay ngược chiều nhau

## Active control of damped forced linear vibration systems using twin rotor dampers

Nguyễn Văn Khang, Lương Bá Trường  
 Bộ môn Cơ học ứng dụng, Đại học Bách khoa Hà Nội  
 e-Mail: [khang.nguyenvan2@hust.edu.vn](mailto:khang.nguyenvan2@hust.edu.vn)

### Tóm tắt

Điều khiển dao động bằng hệ hai roto là một vấn đề đang được nghiên cứu và ứng dụng. Trong báo cáo này trình bày một phương pháp điều khiển chủ động để giảm dao động không mong muốn của máy và công trình bằng cách sử dụng hai roto lệch tâm quay ngược chiều nhau.

**Từ khóa:** Dao động, Điều khiển chủ động, Roto lệch tâm, Cản nhớt.

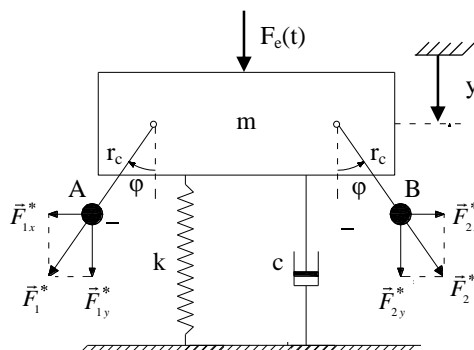
**Abstract:** The twin rotor damper is a recently developed active mass damper. In present paper, two eccentric masses rotate with the same angular velocity about parallel axes are used for generating a dynamic control force that can be used for active control of damped forced vibration systems in machines and constructsures

**Keywords:** Vibrations, Active control, twin rotor dampers.

### 1. Phần mở đầu

Điều khiển các hệ dao động nhằm mục tiêu giảm các dao động không mong muốn trong máy và công trình là bài toán có nhiều ý nghĩa về mặt ứng dụng và lý thuyết [1-5]. Chúng ta có thể chia các bài toán điều khiển dao động loại này thành ba nhóm: Điều khiển bị động, điều khiển chủ động và điều khiển bán chủ động.

Trong các tài liệu [6-10] người ta sử dụng hai roto lệch tâm quay ngược chiều nhau để khử dao động tự kích do gió tác dụng lên công trình. Trong bài báo này trình bày việc sử dụng hai roto lệch tâm quay ngược chiều nhau để giảm bớt dao động cưỡng bức của máy và công trình (hình 1). Trên hình vẽ ta thấy khi hai khối lượng lệch tâm A và B đối xứng nhau quanh các trục nằm ngang sẽ sinh ra hai lực quán tính li tâm  $F_1^*$  và  $F_2^*$ . Hai lực này được phân tích theo hai phương x và y. Lực  $F_{1x}^*$  và  $F_{2x}^*$  luôn đối xứng nhau do đó sẽ tự triệt tiêu theo phương ngang. Hai lực  $F_{1y}^*$  và  $F_{2y}^*$  luôn cùng chiều nhau và cùng phương với ngoại lực kích động  $F_c(t)$ . Bài toán đặt ra: Chọn các thông số của hai roto và điều khiển chuyển động của chúng để hai lực  $F_{1y}^*$  và  $F_{2y}^*$  sinh ra sẽ khử được nhân gây ra dao động của hệ chính.



H. 1 Mô hình dao động và 2 roto lệch tâm

### 2. Thiết kế bộ giảm rung bằng hai roto lệch tâm quay ngược chiều nhau

Chọn các tọa độ suy rộng  $y$  và  $\varphi$  là dịch chuyển tuyệt đối của hệ dao động và góc định vị của khối lượng lệch tâm so với phương thẳng đứng (hình 1). Góc tọa độ được chọn tại vị trí cân bằng tĩnh. Tại thời điểm ban đầu  $y$  và  $\varphi$  bằng 0.

$$T = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} m_c v_A^2 + \frac{1}{2} m_c v_B^2 \right) \quad (1)$$

Dễ dàng tính được vận tốc điểm A và B :

$$v_A^2 = v_B^2 = \dot{y}^2 - 2r_c \dot{y} \dot{\varphi} \sin \varphi + r_c^2 \dot{\varphi}^2 \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được biểu thức động năng :

$$T = \frac{1}{2} (m + m_c) \dot{y}^2 - r_c m_c \dot{y} \dot{\varphi} \sin \varphi + \frac{1}{2} m_c r_c^2 \dot{\varphi}^2 \quad (3)$$

Biểu thức thế năng và hàm hao tán có dạng:

$$\Pi = \frac{1}{2} k y^2 - m_c g r_c \cos \varphi, \quad \Phi = \frac{1}{2} c \dot{y}^2 \quad (4)$$

Lực suy rộng không thế :

$$Q_y = F_c(t), \quad Q_\varphi = 0$$

Trong bài toán này xem chuyển động của roto  $\varphi$  là đã biết, ta thiết lập được phương trình vi phân chuyển động của hệ dao động chính:

$$m + m_c \ddot{y} + c \dot{y} + k y = r_c m_c \ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + F_c t \quad (5)$$

Đặt:

$$m_s = m + m_c, \quad f_c = r_c m_c (\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \quad (6)$$

Phương trình (5) được viết lại như sau :

$$m_s \ddot{y} + c\dot{y} + ky = f_c + F_e(t) \quad (7)$$

Trong đó  $f_c = r_c m_c (\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi)$  được gọi là “Lực điều khiển”.

Giả sử rằng ngoại lực kích động có dạng hàm số sin theo thời gian  $F_e(t) = \hat{F} \cos(\Omega_e t + \beta)$  và hai roto lệch tâm quay đều

$\dot{\varphi} = \Omega_e = const \Rightarrow \ddot{\varphi} = 0, \varphi = \Omega_e t + \alpha$ . Khi đó phương trình (7) có dạng:

$$m_s \ddot{y} + c\dot{y} + ky = r_c m_c \Omega_e^2 \cos \Omega_e t + \alpha + \hat{F} \cos(\Omega_e t + \beta) \quad (8)$$

Trong đó  $\alpha$  là góc định vị ban đầu của khối lượng lệch tâm so với phương thẳng đứng hay là pha ban đầu của lực điều khiển, còn  $\beta$  là pha ban đầu của ngoại lực kích động.

Kí hiệu :

$$2\delta = \frac{c}{m_s}, \omega_n^2 = \sqrt{\frac{k}{m_s}}, \mu_c = \frac{m_c}{m_s}, F_0 = \frac{\hat{F}}{m_s} \quad (9)$$

Phương trình (8) trở thành :

$$\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega_n^2 y = \mu_c r_c \Omega_e^2 \cos \Omega_e t + \alpha + F_0 \cos(\Omega_e t + \beta) \quad (10)$$

Phương trình (10) là phương trình vi phân cấp hai tuyến tính hệ số hằng số có vế phải. Xét trường hợp cản nhỏ, tức là  $\delta^2 < \omega_n^2$ , nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất tương ứng phương trình (10) có dạng

$$y_0(t) = e^{-\delta t} C_1 \cos \omega_k t + C_2 \sin \omega_k t \quad (11)$$

Nghiệm riêng của phương trình vi phân (10) có dạng như sau :

$$y^*(t) = A_1 \cos(\Omega_e t + \alpha) + A_2 \sin(\Omega_e t + \alpha) + A_3 \cos \Omega_e t + \beta + A_4 \sin \Omega_e t + \beta \quad (12)$$

Đạo hàm biểu thức (12) theo t rồi thay vào phương trình (10). Cân bằng các hệ số ta có hệ phương trình để xác định các hằng số  $A_1, A_2, A_3, A_4$ . Từ đó ta tính được :

$$A_1 = \frac{\omega_n^2 - \Omega_e^2}{\omega_n^2 - \Omega_e^2 + 4\delta^2 \Omega_e^2} \Omega_e^2 \mu_c r_c; A_2 = \frac{2\Omega_e^3 \delta \mu_c r_c}{\omega_n^2 - \Omega_e^2 + 4\delta^2 \Omega_e^2}$$

$$A_3 = \frac{\omega_n^2 - \Omega_e^2}{\omega_n^2 - \Omega_e^2 + 4\delta^2 \Omega_e^2} F_0; A_4 = \frac{2F_0 \Omega_e \delta}{\omega_n^2 - \Omega_e^2 + 4\delta^2 \Omega_e^2} \quad (13)$$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình vi phân (10) là:

$$y(t) = e^{-\delta t} C_1 \cos \omega_k t + C_2 \sin \omega_k t + A_1 \cos(\Omega_e t + \alpha) + A_2 \sin(\Omega_e t + \alpha) + A_3 \cos \Omega_e t + \beta + A_4 \sin \Omega_e t + \beta \quad (14)$$

Để tìm các hằng số  $C_1, C_2$  ta sử dụng điều kiện đầu  $y(0) = y_0, \dot{y}(0) = \dot{y}_0$ . Đạo hàm (14) theo thời

gian và thay vào các điều kiện đầu ta có các phương trình để xác định các hằng số  $C_1, C_2$  :

$$\begin{cases} C_1 + A_1 \cos \alpha + A_2 \sin \alpha + A_3 \cos \beta + A_4 \sin \beta = y_0 \\ -\delta C_1 + \omega_k C_2 - A_1 \Omega_e \sin \alpha + A_2 \Omega_e \cos \alpha - A_3 \Omega_e \sin \beta + A_4 \Omega_e \cos \beta = \dot{y}_0 \end{cases} \quad (15)$$

Giải hệ phương trình trên ta xác định được  $C_1, C_2$  :

$$C_1 = y_0 - A_1 \cos \alpha - A_2 \sin \alpha - A_3 \cos \beta - A_4 \sin \beta,$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega_k} \begin{bmatrix} \dot{y}_0 + \delta y_0 + \Omega_e A_1 - \delta A_2 \sin \alpha \\ -\Omega_e A_2 + \delta A_1 \cos \alpha + \Omega_e A_3 - \delta A_4 \sin \beta \\ -\Omega_e A_4 + \delta A_3 \cos \beta \end{bmatrix} \quad (16)$$

Từ (14) ta nhận thấy thành phần nghiệm  $e^{-\delta t} C_1 \cos \omega_k t + C_2 \sin \omega_k t$  là dao động tắt dần theo thời gian. Ta khảo sát thành phần nghiệm bình ổn của hệ chính:

$$y_{bo} = A_1 \cos(\Omega_e t + \alpha) + A_2 \sin(\Omega_e t + \alpha) + A_3 \cos \Omega_e t + \beta + A_4 \sin \Omega_e t + \beta \quad (17)$$

Dao động của hệ chính trong trạng thái bình ổn bao gồm hai thành phần. Một thành phần dao động do ngoại lực kích động gây nên:

$$y_{bo}^{kl} = A_3 \cos \Omega_e t + \beta + A_4 \sin \Omega_e t + \beta \quad (18)$$

Thành phần còn lại do lực điều khiển tạo ra :

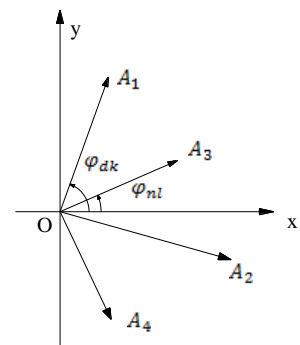
$$y_{bo}^{dk} = A_1 \cos(\Omega_e t + \alpha) + A_2 \sin(\Omega_e t + \alpha) \quad (19)$$

Thành phần dao động  $y_{bo}^{kl}$  (18) chính là dao động không mong muốn của hệ chính do ngoại lực kích động tác động vào hệ chính gây nên, thành phần dao động  $y_{bo}^{dk}$  (19) là dao động của hệ chính được tạo ra bởi hai roto quay lệch tâm nhằm triệt tiêu dao động của hệ chính do ngoại lực kích động gây nên.

Để xác định các tham số tối ưu của hệ, ta viết lại nghiệm bình ổn (17) dưới dạng như sau:

$$y_{bo} = A_1 \cos(\Omega_e t + \alpha) + A_2 \cos(\Omega_e t + \alpha - \frac{\pi}{2}) + A_3 \cos \Omega_e t + \beta + A_4 \cos(\Omega_e t + \beta - \frac{\pi}{2}) \quad (20)$$

Sử dụng phương pháp giản đồ pha để tổng hợp các thành phần dao động (20). Trên hình 2 thể hiện giản đồ pha tổng hợp các thành phần dao động trên, qua đó, dao động tổng hợp của hệ chính được mô tả là một vecto quay bằng tổng hình học của 4 vecto quay  $\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3, \vec{A}_4$ .



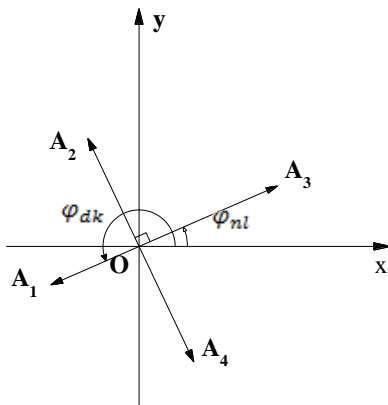
H. 2. Giản đồ pha

Nhìn vào giản đồ ta thấy, hai vecto quay  $\vec{A}_1$  và  $\vec{A}_2$  quay cùng vận tốc góc  $\Omega_c$  hay vận tốc góc của lực điều khiển và  $\vec{A}_1$  luôn sớm pha hơn  $\vec{A}_2$  một lượng  $\pi/2$ . Hai vecto quay  $\vec{A}_3$  và  $\vec{A}_4$  quay cùng vận tốc góc  $\Omega_e$  hay vận tốc góc của ngoại lực kích động và  $\vec{A}_3$  luôn sớm pha hơn  $\vec{A}_4$  một lượng  $\pi/2$ .

Trong giản đồ 2,  $\varphi_{dk1}$  là pha của thành phần  $\vec{A}_1$  của lực điều khiển  $\varphi_{dk1} = \Omega_c t + \alpha$ ,  $\varphi_{nl1}$  là pha của thành phần  $\vec{A}_3$  của ngoại lực kích động  $\varphi_{nl1} = \Omega_e t + \beta$ .

**Điều kiện tối ưu về pha.** Từ hình vẽ 2 ta thấy: Mô đun của vecto tổng hợp của bốn vecto quay  $\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3, \vec{A}_4$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $\vec{A}_1$  ngược pha với  $\vec{A}_3$  và  $\vec{A}_2$  ngược pha với  $\vec{A}_4$ . Điều này đạt được khi tần số làm việc của hai roto quay lệch tâm bằng tần số của ngoại lực kích động  $\Omega_c = \Omega_e$  và giá trị pha ban đầu  $\alpha$  của lực điều khiển phụ thuộc vào góc pha ban đầu  $\beta$  của ngoại lực kích động như sau :

$$\begin{aligned} \varphi_{dk1} - \varphi_{nl1} &= \Omega_c t + \alpha - \Omega_e t + \beta = \pi \\ &\Leftrightarrow \alpha = \beta + \pi \end{aligned} \quad (21)$$



**H. 3** Giản đồ pha tối ưu

Hình 3 là giản đồ pha tối ưu có được để biên độ dao động tổng hợp đạt cực tiểu.

Điều kiện (21) là điều kiện tối ưu về pha hay là điều kiện về vị trí ban đầu của khối lượng lệch tâm.

**Điều kiện tối ưu về độ lớn.** Để dàng tìm được từ giản đồ pha bằng cách giải hệ phương trình sau:

$$A_1 = A_3, A_2 = A_4 \quad (22)$$

Từ đó ta có

$$\begin{cases} \frac{\omega_n^2 - \Omega_c^2}{\omega_n^2 - \Omega_c^2 + 4\delta^2\Omega_c^2} \frac{\Omega_c^2 \mu_c r_c}{2\Omega_c^3 \delta \mu_c r_c} = \frac{\omega_n^2 - \Omega_c^2}{\omega_n^2 - \Omega_c^2 + 4\delta^2\Omega_c^2} \frac{F_0}{2F_0\Omega_c\delta} \\ \frac{2\Omega_c^3 \delta \mu_c r_c}{\omega_n^2 - \Omega_c^2 + 4\delta^2\Omega_c^2} = \frac{2F_0\Omega_c\delta}{\omega_n^2 - \Omega_c^2 + 4\delta^2\Omega_c^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \omega_n^2 - \Omega_c^2 - \Omega_c^2 \mu_c r_c - F_0 = 0 \\ 2\Omega_c^3 \delta \mu_c r_c - 2F_0\Omega_c\delta = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \omega_n^2 - \Omega_c^2 - \Omega_c^2 \mu_c r_c - F_0 = 0 \\ 2\delta\Omega_c - \Omega_c^2 \mu_c r_c - F_0 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \Omega_c^2 \mu_c r_c - F_0 = 0, \Omega_c^2 \mu_c r_c = F_0$$

Từ đó ta có được điều kiện tối ưu về độ lớn là :

$$\mu_c r_c = \frac{F_0}{\Omega_c^2} \quad (23)$$

Vậy: Khi sử dụng hai roto quay lệch tâm để giảm dao động không mong muốn của hệ chính cần đạt được những điều kiện tối ưu sau:

- Tần số làm việc của hai roto  $\Omega_c$  bằng tần số của ngoại lực kích động :  $\Omega_c = \Omega_e$

- Góc định vị ban đầu của khối lượng lệch tâm như trên mô hình (Hình 2) thỏa mãn:  $\alpha = \beta + \pi$

- Điều kiện tối ưu về khối lượng lệch tâm và bán kính

$$\text{lech tâm của roto : } \mu_c r_c = \frac{F_0}{\Omega_c^2}$$

### 3. Mô phỏng số

Để thể hiện hiệu quả giảm chấn của hai roto lệch tâm quay ngược chiều nhau, ta sử dụng phần mềm toán học MAPLE để mô phỏng số và vẽ đồ thị biên độ dao động của hệ chính.

**Thí dụ 1.** Một hệ chính được có khối lượng  $m = 500kg$ , được gắn với nền cố định qua lò xo có độ cứng  $k = 1250000 \frac{N}{m}$  và bộ cản nhớt với hệ số

cản nhớt  $c = 15000 \frac{kg}{s}$ , chịu tác dụng của ngoại lực

kích động có phương trình :

$$F_c t = 450 \cos\left(60t + \frac{\pi}{4}\right) N. \text{ Cho các điều kiện đầu}$$

$$y_0 = 0, \dot{y}_0 = 0$$

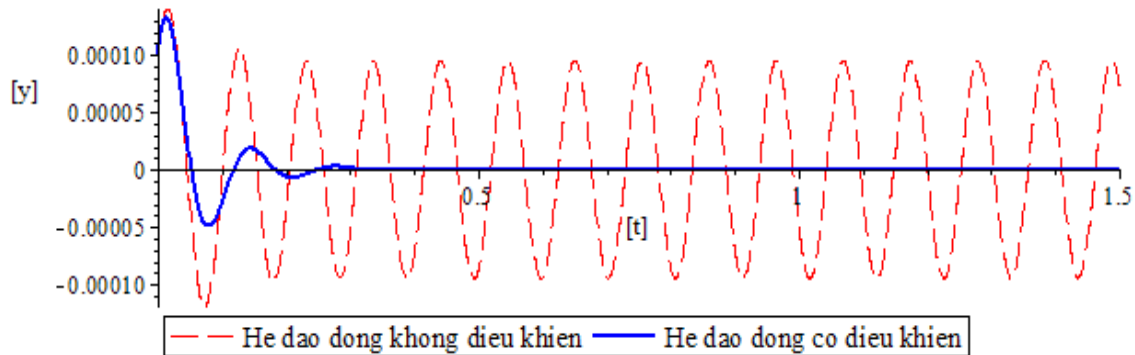
Từ các điều kiện tối ưu ở trên ta tính được các thông số và ghi lại trong bảng 1.

Trong đó  $m$  là khối lượng,  $k$  là độ cứng,  $c$  độ cản nhớt của hệ dao động,  $\omega_n$  là tần số riêng của hệ dao động.  $F$  là biên độ ngoại lực kích động,  $\Omega_e$  là vận tốc góc ngoại lực kích động, còn  $\beta$  là góc pha ban đầu của ngoại lực kích động.  $r_c$  là bán kính lệch tâm của roto,  $m_c$  là khối lượng lệch tâm của roto,  $\Omega_c$  là vận tốc góc của roto,  $\alpha$  là góc định vị ban đầu của khối lượng lệch tâm roto.  $y_0$  là độ lệch ban đầu của hệ còn  $\dot{y}_0$  là vận tốc ban đầu của hệ.

Sử dụng phần mềm MAPLE, ta nhận được đồ thị biên độ dao động của hệ chính trong trường hợp hệ chính được lắp thêm hai roto lệch tâm và không được lắp roto như hình 4.

**Bảng 1**

Hệ chính				Ngoại lực			Thông số 2 roto				Điều kiện đầu	
m (kg)	k (N/m)	c (kg/s)	$\omega_n$ (Rad/s)	F (N)	$\Omega_e$ (Rad/s)	$\beta$ (Rad)	$r_c$ (m)	$m_c$ (kg)	$\Omega_c$ (Rad/s)	$\alpha$ (Rad)	$y_0$ (m)	$\dot{y}_0$ (m/s)
500	$125 \cdot 10^4$	$15 \cdot 10^3$	50	100	60	$\frac{\pi}{4}$	0,1389	0,2	60	$\frac{5\pi}{4}$	$10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-3}$



**H. 4 Đồ thị dao động của hệ chính**

Trong đồ thị trên đường màu đỏ – nét đứt mảnh thể hiện biên độ dao động của hệ chính không được điều khiển dưới tác dụng của ngoại lực kích động, đường màu xanh lam – nét liền đậm thể hiện biên độ dao động của hệ chính khi được điều khiển bởi 2 roto lệch tâm dưới tác dụng của ngoại lực kích động.

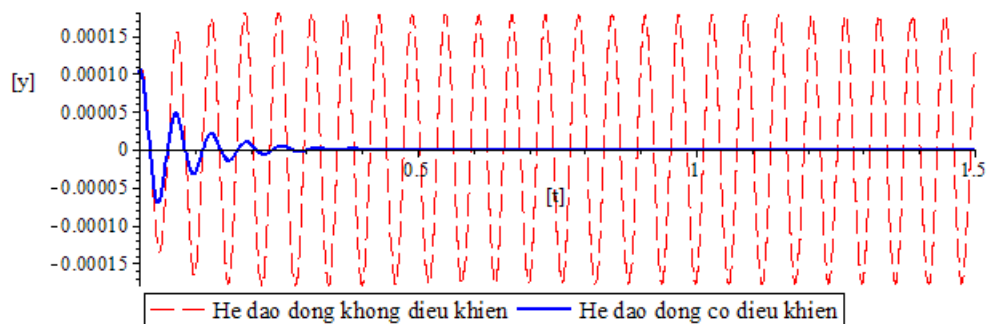
Ta có nhận xét :

- Khi hệ chính không được điều khiển bởi hai roto lệch tâm, dưới tác dụng của ngoại lực kích động, hệ sẽ dao động với tần số và biên độ phụ thuộc vào tần số và biên độ của ngoại lực kích động và của bản thân hệ đó.

- Khi được mắc thêm hai roto lệch tâm với các thông số tối ưu, biên độ dao động của hệ chính giảm về giá trị không sau một khoảng thời gian nhất định,

**Bảng 2**

Hệ chính				Ngoại lực			Thông số 2 roto				Điều kiện đầu	
m (kg)	k (N/m)	c (kg/s)	$\omega_n$ (Rad/s)	F (N)	$\Omega_e$ (Rad/s)	$\beta$ (Rad)	$r_c$ (m)	$m_c$ (kg)	$\Omega_c$ (Rad/s)	$\alpha$ (Rad)	$y_0$ (m)	$\dot{y}_0$ (m/s)
200	$2 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^3$	100	100	105	$\frac{\pi}{4}$	0,09	0,1	105	$\frac{5\pi}{4}$	$10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-3}$



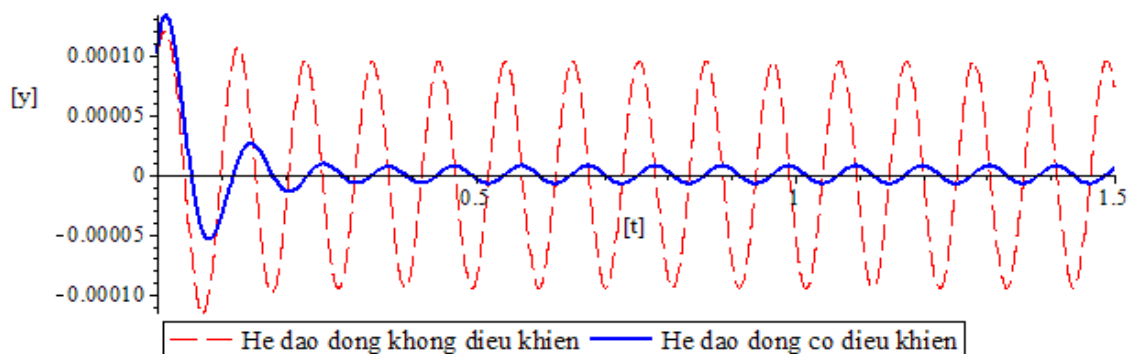
**H. 5 Đồ thị dao động của hệ khi có và không có điều khiển**

Đồ thị biên độ dao động của hệ chính được biểu diễn trên hình 5. Khi làm việc ở tần số cao, khối lượng lệch tâm và bán kính lệch tâm của hai roto có giá trị rất nhỏ vì lực quán tính li tâm phụ thuộc lớn vào vận tốc góc khi làm việc. Khi làm việc ở tần số cao, khối lượng lệch tâm và bán kính lệch tâm của hai roto có giá trị rất nhỏ vì lực quán tính li tâm phụ thuộc lớn vào vận tốc góc khi làm việc.

**Thí dụ 2.** Đồ thị trên hình 4 và hình 5 thể hiện đáp ứng biên độ của hệ dao động chính khi các thông số

**Bảng 3 :**

Hệ chính				Ngoại lực			Thông số 2 roto				Điều kiện đầu	
m (kg)	k (N/m)	c (kg/s)	$\omega_n$ (Rad/s)	F (N)	$\Omega_e$ (Rad/s)	$\beta$ (Rad)	$r_c$ (m)	$m_c$ (kg)	$\Omega_c$ (Rad/s)	$\alpha$ (Rad)	$y_0$ (m)	$\dot{y}_0$ (m/s)
500	$125 \cdot 10^4$	$15 \cdot 10^3$	50	100	60	$\frac{\pi}{4}$	0,1389	0,2	60	$\frac{5\pi}{4} \pm \frac{\pi}{40}$	$10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-3}$



**H. 6** Đồ thị dao động của hệ khi có và không có điều khiển

Hình 6 thể hiện dao động của hệ chính khi giá trị góc

định vị  $\alpha$  lân cận quanh giá trị tối ưu  $\frac{5\pi}{4}$ . Mặc dù

không đạt được giá trị tối ưu nhưng hiệu quả giảm dao động của hệ chính vẫn là rất tốt. Theo hình học ta cũng dễ dàng có được vùng pha ban đầu hay vùng giá trị góc định vị ban đầu của khối lượng lệch tâm mà tại vùng đó hai roto có tác dụng giảm dao động của hệ chính là :

$$-\arccos \frac{\mu_c r_c \Omega^2}{2F_0} + \pi + \beta < \alpha < +\pi + \beta + \arccos \frac{\mu_c r_c \Omega^2}{2F_0}$$

Với giả thiết :  $\mu_c r_c \Omega^2 < F_0$

**Bảng 4**

Hệ chính				Ngoại lực			Thông số 2 roto				Điều kiện đầu	
m (kg)	k (N/m)	c (kg/s)	$\omega_n$ (Rad/s)	F (N)	$\Omega_e$ (Rad/s)	$\beta$ (Rad)	$r_c$ (m)	$m_c$ (kg)	$\Omega_c$ (Rad/s)	$\alpha$ (Rad)	$y_0$ (m)	$\dot{y}_0$ (m/s)
500	$125 \cdot 10^4$	$15 \cdot 10^3$	50	100	60	$\frac{\pi}{4}$	0,13	0,2	60	$\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{40}$	$10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-3}$

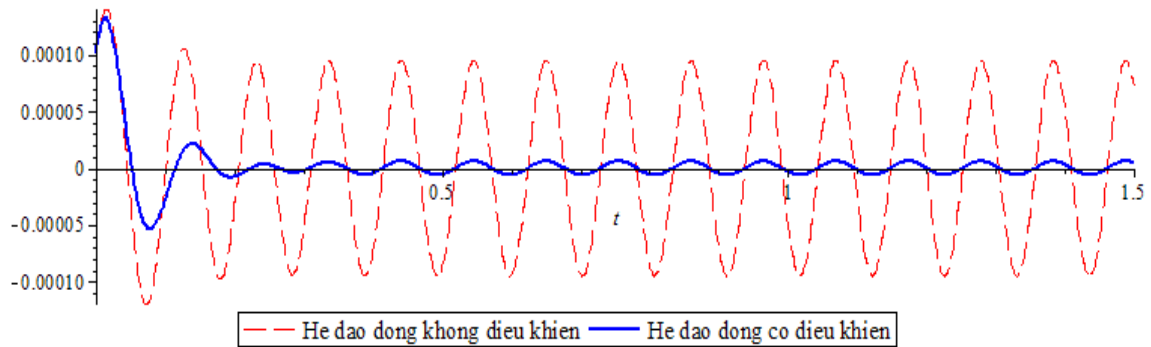
của hai roto lệch tâm là tối ưu tuyệt đối. Nếu với một lí do khách quan nào đó, ta không thể đạt được những giá trị tối ưu tuyệt đối đó thì hai roto quay lệch tâm vẫn thể hiện được hiệu quả giảm biên độ dao động của hệ chính một cách đáng kể.

+ Trường hợp 1 : Khi pha ban đầu không đạt giá trị tối ưu :  $(\alpha \neq \beta + \pi)$

Ta lấy ví dụ đầu tiên nhưng bây giờ ta thay giá trị  $\alpha$  lân cận quanh giá trị tối ưu:

+ Trường hợp 2 : Khi các giá trị lệch tâm không đạt giá trị tối ưu:  $(\mu_c r_c \neq \frac{F_0}{\Omega_c^2})$

Trong ví dụ đầu tiên, giá trị tối ưu của bán kính lệch tâm tính được là 13,89 cm. Nhưng giả sử không gian làm việc chỉ cho phép bán kính lệch tâm đạt giá trị tối đa là 13 cm, thì hiệu quả làm việc của hai roto vẫn được thể hiện như trên đồ thị hình 7.



**H. 7 Đồ thị dao động của hệ khi có và không có điều khiển**

Hình 7 thể hiện đồ thị biên độ dao động của hệ chính khi những thông số lệch tâm không đạt đến giá trị tối ưu do một số nguyên nhân khách quan cũng như chủ quan trong thực tế, trong trường hợp này là bán kính lệch tâm nhỏ hơn giá trị tối ưu yêu cầu. Mặc dù vậy hiệu quả giảm thiểu dao động của hệ chính vẫn đạt được kết quả tốt.

**Chú ý.** Trong trường hợp ngoại lực kích động tác dụng lên hệ chính bằng với tần số dao động riêng của hệ chính ( $\Omega_e = \omega_n$ ). Giải phương trình vi phân (11) ta được dao động phụ thuộc thời gian của hệ chính như sau:

$$y(t) = e^{-\delta t} C_1 \cos \omega_k t + C_2 \sin \omega_k t + A_1 \sin \omega_n t + \alpha + A_2 \sin \omega_n t + \beta$$

Trong đó :

$$\begin{cases} A_1 = \frac{F_0}{2\delta\omega_n}, A_2 = \frac{\mu_c r_c \omega_n}{2\delta} \\ C_1 = y_0 - A_1 \sin \alpha - A_2 \sin \beta \\ C_2 = \frac{1}{\omega_k} \left( \delta y_0 + \dot{y}_0 - A_1 \omega_n \cos \alpha - A_2 \omega_n \cos \beta \right) \\ -A_1 \delta \sin \alpha - A_2 \delta \sin \beta \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp giản đồ pha ta cũng tìm được những giá trị tối ưu về bán kính lệch tâm, khối lượng lệch tâm, và góc pha ban đầu của hai roto như sau:

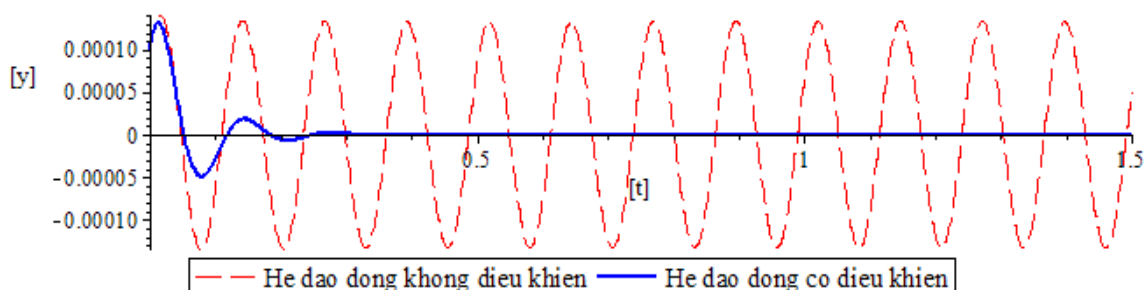
$$\begin{cases} \alpha = \beta + \pi \\ \mu_c r_c = \frac{F_0}{\omega_n^2} \end{cases}$$

Hiệu quả giảm rung động cho hệ chính trong trường hợp này được thể hiện qua ví dụ sau.

**Bảng 5**

Hệ chính				Ngoại lực			Thông số 2 roto				Điều kiện đầu	
m (kg)	k (N/m)	c (kg/s)	$\omega_n$ (Rad/s)	F (N)	$\Omega_e$ (Rad/s)	$\beta$ (Rad)	$r_c$ (m)	$m_c$ (kg)	$\Omega_c$ (Rad/s)	$\alpha$ (Rad)	$y_0$ (m)	$\dot{y}_0$ (m/s)
500	$125 \cdot 10^4$	$15 \cdot 10^3$	50	100	50	$\frac{\pi}{4}$	0,1389	0,2	50	$\frac{5\pi}{4}$	$10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-3}$

Hình 8 thể hiện dao động của hệ chính trước và sau khi được lắp hai roto lệch tâm quay đối xứng nhau:



**H. 8 Đồ thị dao động của hệ khi có và không có điều khiển**

+ Kết quả tối ưu (21) và (23) có thể rút ra trực tiếp từ phương trình vi phân (8) bằng cách cho vế phải của phương trình này bằng không.

+ Để đạt được điều kiện tối ưu về pha (21) cần một hệ thống điều khiển vòng kín có hồi tiếp, đặc biệt khi tần số và pha của ngoại lực cưỡng bức thay đổi (trôi).

#### 4. Kết luận

Trong bài báo này trình bày một phương pháp điều khiển chủ động hệ dao động tuyến tính bằng cách sử dụng hai roto lệch tâm quay ngược chiều nhau. Sử dụng lực quán tính li tâm do hai roto lệch tâm quay ngược chiều sinh ra để cân bằng lại tác dụng của ngoại lực cưỡng bức tác dụng lên hệ dao động chính. Đầu tiên sử dụng phương trình Lagrange loại II thiết lập phương trình vi phân dao động cho hệ chính. Sau đó giải phương trình vi phân dao động, sử dụng phương pháp giảm độ pha để xác định các tham số về bán kính lệch tâm, khối lượng lệch tâm và góc pha ban đầu của roto tối ưu để điều khiển dao động của hệ. Các kết quả sau đó được mô phỏng và kiểm nghiệm trên phần mềm toán học MAPLE.

#### Tài liệu tham khảo

- [1] Nguyễn Văn Khang: *Dao động kỹ thuật* (in lần thứ tư). NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 2005.
- [2] M. Geradin, D. Rixen: *Mechanical Vibrations*, Wiley, Chichester 1994.
- [3] D. J. Inman: *Vibration with control*, John Wiley and Sons, Chichester 2006.
- [4] T. T. Soong: *Active structural control: theory and practice*, Longmann Scientific & Technical, Harlow, UK, 1990.
- [5] B. G. Korenev, L. M. Reznikov: *Dynamic Vibration Absorbers*, John Wiley & Sohns, Chichester 1993.
- [6] U. Starossek, J. Scheller, *A novel active mass damper for vibration control of bridges*, Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Bridge Maintenance, Safety, and Management (IABMAS'08), Seoul, Korea, July 2008.
- [7] J. Scheller, U. Starossek, *Twin rotor damper for control of wind-induced bridge deck vibrations*, Proceedings of the 15<sup>th</sup> Asia Pacific Vibration, APVC 2013, 2-8 June 2013, Jeju, Korea 2013.
- [8] J. Scheller: *Power-efficient active structural vibration control by twin rotor dampers*, PhD Thesis, Hamburg University of Technology, 2014.
- [9] R. Baeumer, U. Starossek, J. Scheller, *Continuous state feedback control for twin rotor damper*, Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Structural Dynamics, EUROLYN 2014, Porto, Portugal 2014.
- [10] R. Baeumer, S. Wollnack, J. Scheller, U. Starossek, H. Werner, *Twin rotor damper applied to the damping of non-harmonic vibrations*, Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Structural Dynamics, EUROLYN 2014, Porto, Portugal 2014.

**GS. TSKH. Nguyễn Văn Khang** công tác tại ĐH



Bách khoa Hà Nội và ĐH Kinh doanh và Công nghệ Hà Nội. Lĩnh vực giảng dạy và nghiên cứu khoa học: Động lực học và Cơ điện tử. Là chủ tịch Hội Động lực học và Điều khiển Việt Nam, chủ tịch tổ chức IFToMM-Vietnam, thành viên của Hiệp hội IFToMM quốc tế.



**Lương Bá Trường** sinh năm 1992. Tốt nghiệp loại giỏi chuyên ngành kỹ thuật Cơ – Điện tử trường đại học Bách Khoa Hà Nội năm 2015, đã từng đạt các giải thưởng Nhất, Nhì, Ba và giải thưởng Nguyễn Văn Đạo trong các kì thi Olympic Cơ học sinh viên toàn Quốc. Hiện đang tham gia nghiên cứu tại Phòng thí nghiệm Cơ điện tử

và Tự động hóa cơ khí.