

Điều khiển thích nghi bền vững cho robot hai bánh tự cân bằng

Robust adaptive control for two-wheeled mobile robot

Gia Thị Định

Trường ĐH Kỹ thuật Công nghiệp Thái Nguyên

e-Mail: giadinh2206@tnut.edu.vn

Nguyễn Duy Cường

Trường ĐH Kỹ thuật Công nghiệp Thái Nguyên

e-Mail: Nguyenduycuong@tnut.edu.vn

Tóm tắt

Robot hai bánh tự cân bằng (TWMR) là một trong những đối tượng để nghiên cứu và thử nghiệm các thuật toán điều khiển phi tuyến. Trong quá trình làm việc, các tham số của TWMR bị thay đổi dưới tác động của tải trọng và nhiễu môi trường, dẫn tới khả năng mất ổn định hoặc mất khả năng điều khiển. Ngoài ra, TWMR là một hệ thiếu cơ cấu chấp hành do vậy, các luật điều khiển cho hệ đủ cơ cấu chấp hành không thể áp dụng trực tiếp cho nó. Bài báo này tập trung xây dựng một bộ điều khiển thích nghi bền vững với các thay đổi của tham số và nhiễu ngoài. Nội dung bài báo trình bày kỹ thuật chuyển đổi tọa độ để tách hệ phi tuyến xen kênh, kỹ thuật thiết kế bộ điều khiển thích nghi bền vững cho TWMR. Các kết quả mô phỏng chỉ ra bộ điều khiển đề xuất thích nghi bền vững và đáp ứng tốt với sự thay đổi của tham số cũng như của nhiễu tác động lên TWMR.

Từ khóa: Robot hai bánh tự cân bằng (TWMR); Điều khiển thích nghi bền vững; Điều khiển phi tuyến cho hệ thiếu cơ cấu chấp hành; toán tử $\text{proj}(\cdot)$.

Abstract: Two-wheeled mobile robot (TWMR) is one of the subjects are used for testing nonlinear control algorithms. During working time, parameters of TWMR are changed under the impact of environmental disturbances and the load placed on it, in which the designed controller may be capable instability or loss of control. Moreover, TWMR is an underactuated system where the control laws designed for the full-actuated system can not apply directly. This paper focused on constructing a robust adaptive controller for TWMR with the change of parameters and environment noise. The contents of this paper present the coordinate transformation techniques for decoupling the coupled nonlinear systems, and the robust adaptive control design for TWMR. The simulation results indicate that the proposed controller is robust and adaptive with the change of parameters and disturbances.

Keywords: Two-wheeled mobile robot; Robust Adaptive backstepping; Control of underactuated system; Operator $\text{proj}(\cdot)$;

1. Giới thiệu

Điều khiển thích nghi bền vững các hệ phi tuyến xen kênh thiếu cơ cấu chấp hành là đề tài được nhiều nhà nghiên cứu về điều khiển quan tâm. Khó khăn đầu tiên trong thiết kế điều khiển cho hệ thiếu cơ cấu chấp hành là các thuật toán điều khiển cho hệ đủ cơ cấu chấp hành không thể áp dụng trực tiếp [1] do vậy cần có các giải pháp để chuyển hệ thiếu cơ cấu chấp hành về dạng phản hồi chặt từ đó có thể áp dụng các thuật toán điều khiển này. Thêm nữa, sự thay đổi tham số không biết trước cũng như nhiễu ngoại sinh tác động lên hệ cũng là vấn đề thách thức đặt ra khi thiết kế điều khiển.

Robot hai bánh tự cân bằng [2] bao gồm một thanh lắc được gắn trên bộ chứa đựng bộ điều khiển và gắn động cơ nối với hai bánh xe. Mô hình toán học của TWMR được biểu diễn thông qua phương trình chuyển động của TWMR dưới dạng hệ phương trình phi tuyến. Bài toán bám theo quỹ đạo và ổn định thanh lắc ở vị trí thẳng đứng đặt ra đối với TWMR bao gồm ba chuyển động là chuyển động để đưa thanh lắc về vị trí cân bằng và chuyển động thẳng và quay của TWMR để bám quỹ đạo. Với ba chuyển động yêu cầu và hai cơ cấu chấp hành, TWMR được phân loại thuộc hệ thiếu cơ cấu chấp hành. Định nghĩa và các kỹ thuật thiết kế điều khiển cho hệ thiếu cơ cấu chấp hành có thể tham khảo trong [3].

Robot hai bánh tự cân bằng là một đối tượng phi tuyến xen kênh [2], là một hệ hở không ổn định [5], ngoài việc tham số thay đổi không biết trước [4] thì đối tượng còn chịu tác động của nhiễu ngoại sinh. Như vậy, để thiết kế được bộ điều khiển cho TWMR cần có những giải pháp để có thể tách kênh hệ phi tuyến [3], sau đó, chuyển hệ về dạng phản hồi chặt từ đó áp dụng các kỹ thuật thiết kế điều khiển khác nhau. Điều khiển chuyển động cho TWMR được quan tâm vì những khó khăn khi thiết kế điều khiển cho hệ thiếu cơ cấu chấp hành và TWMR được sử dụng để kiểm chứng các thuật toán điều khiển phi tuyến. Rất nhiều các giải pháp đã được đề xuất để giải bài toán này bao gồm phương pháp tiếp cận bài toán cũng như phương pháp thiết kế bộ điều khiển. Nếu không quan tâm tới nhiễu ngoại sinh và hướng chuyển động của

TWMR, tác giả trong [6-8] sử dụng phương pháp tiếp cận năng lượng thiết kế điều khiển để đưa thanh lắc tới điểm cân bằng trên và lắc xung quanh điểm cân bằng này. Các nghiên cứu [9,10] sử dụng các kỹ thuật thiết kế điều khiển dựa trên phương pháp Lyapunov trực tiếp giữ cho TWMR cân bằng. Tác giả [11] sử dụng kỹ thuật tổ hợp bão hòa nhằm thiết kế điều khiển sao cho lực điều khiển nằm trong giới hạn nhưng vẫn giữ cho TWMR ở vị trí cân bằng. Tiếp tục phát triển và mở rộng khi hệ chịu tác động của nhiễu ngoại sinh và yêu cầu điều chỉnh hướng chuyển động, tác giả [2] đã sử dụng bộ quan sát nhiễu thích nghi kết hợp với kỹ thuật tổ hợp bão hòa nhằm loại bỏ ảnh hưởng của nhiễu và giữ cho thanh lắc ở vị trí thẳng đứng cũng như hoàn thành các mục tiêu điều khiển khác. Những công trình kể trên yêu cầu cần có mô hình chính xác của TWMR. Tuy nhiên trong thực tế, do rất nhiều nguyên nhân như sai lệch trong chế tạo cũng như lắp đặt thiết bị mà luôn tồn tại các sai lệch giữa mô hình và mô hình thực. Thêm nữa, trong quá trình làm việc TWMR thường chịu ảnh hưởng của nhiễu ngoài làm cho các tham số bị thay đổi. Các thay đổi có thể là khối lượng, mô men quán tính hoặc khoảng cách trọng tâm,... và những tham số thay đổi này thường không biết trước. Tiếp cận thích nghi như [8] có thể không phù hợp cho trường hợp này do yêu cầu tốt nhất với tiếp cận này là mô hình của hệ cần phải chính xác. Điều khiển thông minh [12], điều khiển mờ thích nghi [13] là các kỹ thuật thiết kế điều khiển thích nghi khá phổ biến nhưng thường yêu cầu khối lượng tính toán lớn cũng như lựa chọn cẩn thận các tham số mờ.

Adaptive backstepping là kỹ thuật thiết kế điều khiển thích nghi yêu cầu khối lượng tính toán của bộ điều khiển không lớn. Tác giả [14] đã sử dụng tiếp cận này để thiết kế điều khiển cho TWMR, tuy nhiên tác giả chưa xét đến tác động của nhiễu và đặc biệt là đã không xem xét đến việc hệ có thể rơi vào trạng thái mất điều khiển vì tín hiệu điều khiển có thể tiến tới vô cùng. Trong [16] các tác giả sử dụng hàm switching trong việc thiết kế luật điều khiển thích nghi để đảm bảo tính bền vững của bộ điều khiển thiết kế. Tuy nhiên, tác giả đã xem cả hệ phương trình chuyển động của hệ là tham số không biết trước cũng như tính bền vững của bộ điều khiển cần nghiên cứu thêm. Khắc phục ảnh hưởng của nhiễu có thể làm cho bộ điều khiển rơi vào trạng thái mất điều khiển, tác giả [15] đã sử dụng kỹ thuật thiết kế điều khiển adaptive backstepping kết hợp với việc sử dụng hàm bão hòa.

Tiếp tục nghiên cứu và phát triển các thuật toán điều khiển tốt hơn sao cho TWMR luôn ổn định dưới tác động thay đổi của các tham số cũng như nhiễu ngoại sinh được trình bày trong bài báo này. Trước khi kỹ thuật thiết kế điều khiển thích nghi adaptive backstepping được áp dụng, kỹ chuyển đổi tọa độ để đưa hệ phi tuyến xen kênh của TWMR về hệ phân hồi chặt được trình bày. Nhằm đảm bảo bộ điều khiển bền vững với các thay đổi của tham số cũng như tránh khả năng mất điều khiển, toán tử $\text{proj}(\cdot)$ được đưa vào trong các bộ cập nhật tham số và luật điều khiển.

Nội dung của bài báo được phân bổ thành 6 phần: phần 1 là giới thiệu, phần này nêu các kỹ thuật thiết kế điều khiển và lý do nghiên cứu; phần 2 giới thiệu mô hình toán học và mục tiêu điều khiển; các công cụ toán học sử dụng trong nghiên cứu được giới thiệu trong phần 3; phần 4 trình bày kỹ thuật thiết kế điều khiển thích nghi bền vững cho TWMR; các kết quả mô phỏng được trình bày ở phần 5 và phần 6 là các kết luận.

2. Mô hình toán học và mục tiêu điều khiển.

Để có thể thiết kế điều khiển, ta áp dụng phương pháp Euler-Lagrange xây dựng mô hình toán học dưới dạng hệ phương trình chuyển động cho TWMR. Biểu đồ lực và mô men tác động lên TWMR được chỉ ra ở Hình 1. Các quy ước và ký hiệu tham số của TWMR được liệt kê trong Bảng 1. Phần này chúng tôi đưa mô hình toán của TWMR và đề xuất mục tiêu điều khiển.

Bảng 1: Các thông số và các biến của TWMR

F_L, F_R	Lực tương tác giữa bánh trái, bánh phải và bệ
H_L, H_R	Lực ma sát đặt trên bánh trái và bánh phải
T_L, T_R	Momen được cung cấp bởi động cơ đặt trên bánh trái và bánh phải
f_{dL}, f_{dR}	Lực tác động ngoài đặt vào bánh trái và bánh phải
θ_L, θ_R	Góc quay của bánh trái và bánh phải so với trục z
x_L, x_R	Khoảng dịch chuyển của bánh trái, bánh phải dọc theo trục x
ϕ	Góc nghiêng của thanh lắc
ψ	Góc quay của xe
x	Khoảng dịch chuyển của xe dọc theo trục x
M_w	Khối lượng của bánh xe
J_w	Momen quán tính của bánh xe theo phương y
R	Bán kính của bánh xe
m	Khối lượng của thanh lắc
g	Gia tốc trọng trường
l	Khoảng cách từ O đến trọng tâm của thanh lắc CG
D	Khoảng cách giữa bánh trái và bánh phải theo trục y
M	Khối lượng của bệ
J_c	Momen quán tính của bệ quanh trục y
J_v	Momen quán tính của bệ và thanh lắc quanh trục z
J_p	Momen quán tính của thanh lắc quanh trục y
F_p	Lực tương tác giữa thanh lắc và bệ theo trục x
M_p	Momen tương tác giữa thanh lắc và bệ theo trục y

2.1 Mô hình toán học

Phương trình Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = F \quad (1)$$

trong đó:

- $L = T - V$

- T - Động năng

- V- Thế năng

- F – Lực hoặc mô men

Để xây dựng mô hình toán học cho TWMR, ta thực hiện các bước sau: Đầu tiên chọn tọa độ suy rộng cho hệ, tính toán các thành phần cho (1). Hệ phương trình chuyển động của TWMR có được khi thay các giá trị đã tính vào (1).

- Chọn tọa độ suy rộng là x_L, x_R và ϕ .

- Động năng của hệ được tính như sau:

$$T = T_{wL} + T_{wR} + T_c + T_p \quad (2)$$

trong đó

T_{wL} : Động năng của bánh trái

T_{wR} : Động năng của bánh phải

T_c : Động năng của bệ

T_p : Động năng của thanh lắc

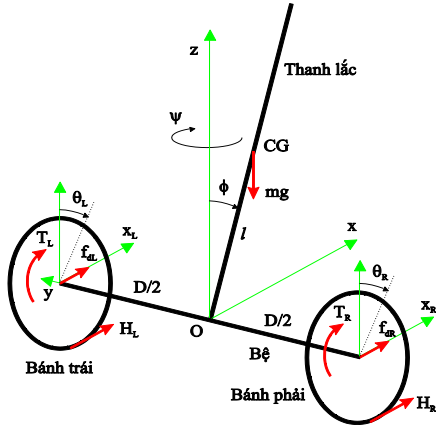
Các động năng thành phần được tính như sau:

$$T_{wL} = \frac{1}{2} M_w \dot{x}_L^2 + \frac{1}{2} J_w \left(\frac{\dot{x}_L}{R} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) \dot{x}_L^2 \quad (3)$$

$$T_{wR} = \frac{1}{2} \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) \dot{x}_R^2 \quad (4)$$

$$T_c = \frac{1}{2} M \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} J_c \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} J_v \left(\frac{\dot{x}_L - \dot{x}_R}{D} \right)^2 \quad (5)$$

$$T_p = \frac{1}{2} m V_{CG}^2 + \frac{1}{2} J_p \dot{\phi}^2 \quad (6)$$



H1: Biểu đồ phân tích lực và mô men

trong đó:

$$V_{CG}^2 = \dot{x}_{CG}^2 + \dot{z}_{CG}^2 \quad (7)$$

+ Tọa độ trọng tâm của thanh lắc

$$x_{CG} = \frac{x_L + x_R}{2} + l \sin(\phi)$$

$$z_{CG} = l \cos(\phi)$$

Tính các thành phần \dot{x}_{CG} và \dot{z}_{CG}

$$\dot{x}_{CG} = \frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} + l \cos(\phi) \dot{\phi} \quad (8)$$

$$\dot{z}_{CG} = -l \sin(\phi) \dot{\phi} \quad (9)$$

Thay (8) và (9) vào (7) ta có:

$$v_{CG}^2 = \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right)^2 + l^2 \dot{\phi}^2 + 2l \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right) \dot{\phi} \cos(\phi) \quad (10)$$

Thay (10) vào (6):

$$T_p = \frac{1}{2} m \left[\left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right)^2 + 2l \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right) \dot{\phi} \cos(\phi) \right] + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} J_p \dot{\phi}^2 \quad (11)$$

Thay (3), (4), (5) và (11) vào (2):

$$T = \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) \frac{\dot{x}_L^2 + \dot{x}_R^2}{2} + \frac{M + m}{2} \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right)^2 + m l \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right) \dot{\phi} \cos(\phi) + \frac{1}{2} m l^2 + J_p + J_c \dot{\phi}^2 \quad (12)$$

$$+ \frac{1}{2} J_v \left(\frac{\dot{x}_L - \dot{x}_R}{D} \right)^2$$

Thế năng của hệ được tính như sau:

$$V = V_{wL} + V_{wR} + V_c + V_p \quad (13)$$

trong đó

$$V_{wL} = V_{wR} = V_c = 0 \quad (14)$$

$$V_p = mgl \cos(\phi) \quad (15)$$

Sau khi đã có các giá trị động năng và thế năng của hệ từ (2) và (13), giá trị Lagrange nhận được như sau:

$$L = \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) \frac{\dot{x}_L^2 + \dot{x}_R^2}{2} + \frac{M + m}{2} \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right)^2 + m l \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right) \dot{\phi} \cos(\phi) + \frac{1}{2} m l^2 + J_p + J_c \dot{\phi}^2 \quad (16)$$

$$+ \frac{1}{2} J_v \left(\frac{\dot{x}_L - \dot{x}_R}{D} \right)^2 - mgl \cos(\phi)$$

Từ giá trị Lagrange đạt được (16), sau một số bước tính toán ở mục 7.3, hệ phương trình chuyển động của TWMR trong tọa độ suy rộng x_L, x_R và ϕ được mô tả trong (64), (67) và (68). Để chuyển sang tọa độ suy rộng x, ϕ và ψ , dựa vào các quan hệ sau:

$$x = \frac{x_L + x_R}{2}; \dot{x} = \frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2}; \ddot{x} = \frac{\ddot{x}_L + \ddot{x}_R}{2}; \quad (17)$$

$$\psi = \frac{x_L - x_R}{D}; \dot{\psi} = \frac{\dot{x}_L - \dot{x}_R}{D}; \ddot{\psi} = \frac{\ddot{x}_L - \ddot{x}_R}{D}; \quad (18)$$

Hệ phương trình chuyển động của TWMR trong hệ tọa độ suy rộng x, ϕ và ψ được mô tả dưới đây:

$$\ddot{x} = \frac{J_\phi}{\Omega_0} m l \dot{\phi}^2 \sin(\phi) + f_{dR} + f_{dL} + \frac{J_\phi}{\Omega_0} \left(\frac{T_L}{R} + \frac{T_R}{R} \right) - \frac{g m^2 l^2 \sin(\phi) \cos(\phi)}{\Omega_0} \quad (19)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{M_x mgl \sin(\phi) - m^2 l^2 \cos(\phi) \sin(\phi) \dot{\phi}}{\Omega_0}$$

$$- \frac{m l \cos(\phi)}{\Omega_0} \left[f_{dR} + f_{dL} + \left(\frac{T_L}{R} + \frac{T_R}{R} \right) \right]$$

$$\ddot{\psi} = \frac{D}{2J_\psi} \left[f_{dL} - f_{dR} + \left(\frac{T_L}{R} - \frac{T_R}{R} \right) \right]$$

2.2 Mục tiêu điều khiển.

Giả sử, tại thời điểm ban đầu t_0 thanh lắc ở vị trí trên vuông góc với mặt phẳng xoy, \dots , tồn tại một hằng số dương c_0 sao cho $|\phi(t_0)| \leq c_0$ và các lực tác động ngoài ngẫu nhiên đặt nên TWMR bao gồm sự thay đổi của tải, khoảng cách tới tâm của thanh lắc, mô men quán tính, và các lực tác động ngoài f_{dL} và f_{dR} là hằng số chưa biết, thiết kế một luật điều khiển T_L và T_R để điều khiển cho robot hai bánh bám theo tập hợp các điểm tham khảo và ổn định thanh lắc ở vị trí trên thẳng đứng.

Cụ thể là thiết kế lực điều khiển T_L và T_R sao cho thỏa mãn:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - x_d(t)) &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (\psi(t) - \psi_d(t)) &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (\phi(t)) &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

với mọi $t \geq t_0 \geq 0$, $x_d(t)$ và $\psi_d(t)$ là các tín hiệu tham khảo. Sử dụng $\ddot{x}_d(t) = 0$ để hệ bám theo một số điểm định nghĩa trước.

3. Các công cụ toán học

Phần này giới thiệu một số công cụ toán học sẽ được sử dụng trong thiết kế điều khiển cho TWMR bao gồm: toán tử projection, phương pháp tách kênh phi tuyến và bộ điều khiển bám thích nghi bền vững.

3.1 Định nghĩa toán tử Projection

$$\hat{\theta} = \text{proj } \tau = \begin{cases} \tau & \text{if } Z \hat{\theta} \leq 0 \text{ or } Z_{\hat{\theta}} \hat{\theta} \tau \leq 0, \\ 0 & \text{if } Z \hat{\theta} > 0 \text{ and } Z_{\hat{\theta}} \hat{\theta} \tau > 0 \end{cases} \quad (21)$$

trong đó: $Z \hat{\theta} = \zeta_m - |\hat{\theta}|$, $Z_{\hat{\theta}} \hat{\theta} = \partial Z \hat{\theta} / \partial \hat{\theta}$, ζ_m là hằng số dương.

Khi đó toán tử $\text{proj}(\cdot)$ sẽ có các tính chất sau:

$$\begin{aligned} |\hat{\theta}| &\geq \zeta_m > 0, \quad \forall t \geq t_0 > 0, \\ \text{proj } \tau &\text{ is Lipschitz continuous} \\ |\text{proj } \tau| &\leq |\tau| \end{aligned} \quad (22)$$

Chứng minh: xem phụ lục E, tài liệu [2].

3.2 Điều khiển thích nghi bền vững bám theo quỹ đạo cho trước x_d

Định lý 1: Xét một hệ phi tuyến sau
Xét hệ:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \theta_1 u + \theta_2 \varphi(x) \end{aligned} \quad (23)$$

Trong đó: u : tín hiệu điều khiển; x_1, x_2 : các biến trạng thái; θ_1, θ_2 : tham số không biết trước, $\theta_1 > 0$ và giới hạn. Bộ điều khiển thích nghi ổn định tiệm cận toàn cục bám theo quỹ đạo cho trước x_d , trong đó \dot{x}_d và \ddot{x}_d bị giới hạn, được chọn như trong (24):

$$\begin{aligned} \alpha_d &= -k_1 x_{1e} + \dot{x}_d \\ u &= \frac{-k_2 x_{2e} - x_{1e} - \hat{\theta}_2 \varphi(x) + \dot{\alpha}_d}{\hat{\theta}_1} \\ \dot{\hat{\theta}}_1 &= \text{proj } \gamma_1 x_{2e} u \\ \dot{\hat{\theta}}_2 &= \gamma_2 x_{2e} \varphi(x) \end{aligned} \quad (24)$$

Trong đó: $x_d = x_1 - x_{1e}$; $x_{2e} = x_2 - \alpha_d$ với: α_d là điều khiển ảo của x_2 ; $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ là luật cập nhật; k_1, k_2 là các hằng số dương; γ_1, γ_2 là các hệ số thích nghi.

Để dàng nhận thấy luật điều khiển u trong (24) có khả năng mất điều khiển khi $\hat{\theta}_1$ tiến đến 0. Để điều này không xảy ra ta sử dụng toán tử $\text{proj}(\cdot)$ được định nghĩa trong (21), toán tử này đảm bảo $|\hat{\theta}|$ luôn lớn hơn ζ_m . Như vậy, (24) là bộ điều khiển thích nghi bền vững với các tham số thay đổi không biết trước θ_1, θ_2 . Luật điều khiển và luật cập nhật này sẽ được sử dụng trong các bước tiếp theo để thiết kế bộ điều khiển cho TWMR.

Chứng minh: Xem trong Phụ lục 7.1.

3.3 Tách kênh hệ phi tuyến

Định lý 2: Xét một hệ phi tuyến sau:

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= p_1, \dot{p}_1 = f_1(p, q) + g_1(q_2)u, \\ \dot{q}_2 &= p_2, \dot{p}_2 = f_2(p, q) + g_2(q_2)u \end{aligned} \quad (25)$$

trong đó $\mathbf{q} = q_1 q_2^T \in \square^2$ và $\mathbf{p} = p_1 p_2^T \in \square^2$ là các biến trạng thái, u là biến điều khiển. Khi các hàm $f(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ và $g_i(q_2)$, $i=1,2$, là hàm trơn và $g_2(q_2) \neq 0, \forall q_2 \in \square$ khi đó phép biến đổi toàn cục, tọa độ sau được áp dụng

$$\begin{aligned} z_1 &= q_1 - \int_0^{q_2} \frac{g_1(s)}{g_2(s)} ds, \\ z_2 &= q_1 - \frac{g_1(s)}{g_2(s)} \\ \xi_1 &= q_2, \\ \xi_2 &= p_2, \end{aligned} \quad (26)$$

Đưa hệ phương trình (26) về hệ thống sau:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= f(z, \xi_1, \xi_2), \\ \dot{\xi}_1 &= \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 &= v, \end{aligned} \quad (27)$$

Trong đó: $\mathbf{z} = z_1 z_2^T$ và $v = f_2(p, q) + g_2(q_2)u$,
Chứng minh: Xem trong tài liệu [5]

4. Thiết kế điều khiển

Để thiết kế điều khiển cho TWMR sao cho đạt được mục tiêu điều khiển (20), mô hình toán học của TWMR trong (19) được tách thành hai hệ con, hệ con $-\psi$ bao gồm phương trình thứ ba của (19) với $T_L - T_R$ là biến điều khiển đầu vào và hệ con

– x, ϕ gồm phương trình thứ nhất và phương trình thứ hai của hệ (19) với $T_L + T_R$ là biến điều khiển đầu vào. Với hệ con thứ nhất, luật điều khiển được thiết kế được áp dụng trực tiếp kỹ thuật thiết kế adaptive backstepping trong [5] và định lý 1. Khi đó luật điều khiển $T_L - T_R$ và luật cập nhật đạt được thỏa mãn mục tiêu điều khiển đề ra trong Mục 2.2. Hệ con thứ hai là một hệ phi tuyến xen kênh do đó trước khi áp dụng các kỹ thuật thiết kế điều khiển adaptive backstepping, hệ con thứ hai này cần sử dụng kỹ thuật tách kênh phi tuyến để chuyển hệ về dạng phân hồi chặt. Sau bước chuyển đổi tọa độ này, các kỹ thuật thiết kế điều khiển adaptive backstepping được áp dụng để thiết kế luật điều khiển $T_L + T_R$ và luật cập nhật sao cho thỏa mãn mục tiêu điều khiển đã đặt ra.

4.1 Hệ con - ψ

Hệ con - ψ được viết lại như sau:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_1 &= \psi_2 \\ \dot{\psi}_2 &= \theta_{\psi_1} T_L - T_R + \theta_{\psi_2} \end{aligned} \quad (28)$$

Trong đó:

$$\theta_{\psi_1} = \frac{D}{2J_{\psi} R}, \theta_{\psi_2} = \frac{D}{2J_{\psi}} f_{dL} - f_{dR}$$

Sai lệch bám được định nghĩa như sau:

$$\begin{aligned} \psi_{1e} &= \psi_1 - \psi_d \\ \psi_{2e} &= \psi_2 - \alpha_{\psi} \end{aligned} \quad (29)$$

Áp dụng Định lý 1 cho hệ (28), ta có bộ điều khiển và luật cập nhật như sau:

$$\begin{aligned} \alpha_{\psi} &= -k_1 \psi_{1e} + \dot{\psi}_d \\ T_L - T_R &= \frac{-k_2 \psi_{2e} - \dot{\theta}_{\psi_2} + \dot{\alpha}_{\psi} - \psi_{1e}}{\hat{\theta}_{\psi_1}} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{\psi_1} = \text{proj} \gamma_{\psi_1} \psi_{2e} T_L - T_R$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{\psi_2} = \gamma_{\psi_2} \psi_{2e}$$

trong đó: α_{ψ} là biến điều khiển ảo của ψ_2 , $\hat{\theta}_{\psi_1}$ và

$\hat{\theta}_{\psi_2}$ là biến ước lượng của θ_{ψ_1} và θ_{ψ_2} ; $\gamma_{\psi_1}, \gamma_{\psi_2}$ là các hệ số thích nghi, k_1 và k_2 là các hằng số dương.

Sau khi thay luật cập nhật và luật điều khiển (30) vào hệ (29), ta có hệ lặp kín của hệ con - ψ như sau:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{1e} &= -k_1 \psi_{1e} + \psi_{2e} \\ \dot{\psi}_{2e} &= -k_2 \psi_{2e} - \psi_{1e} + \tilde{\theta}_{\psi_1} T_L - T_R + \tilde{\theta}_{\psi_2} \\ \dot{\tilde{\theta}}_{\psi_1} &= -\text{proj} \gamma_{\psi_1} \psi_{2e} T_L - T_R \\ \dot{\tilde{\theta}}_{\psi_2} &= -\gamma_{\psi_2} \psi_{2e} \end{aligned} \quad (31)$$

4.2 Hệ con - x, ϕ

Để dàng nhận thấy hệ con - x, ϕ là hệ phi tuyến xen kênh. Trước khi áp dụng kỹ thuật thiết kế điều khiển adaptive backstepping, áp dụng Định lý 2 cho hệ con-

x, ϕ và chuyển hệ về dạng phân hồi chặt, ta đặt lại biến điều khiển đầu vào như sau:

$$u = \theta_{x_2}^T \Phi_x + \theta_{x_1} T_L + T_R \quad (32)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} \theta_{x_2} &= [\theta_{x_{21}} \theta_{x_{22}} \theta_{x_{23}}]^T, \Phi_x = [\varphi_{x_{21}} \varphi_{x_{22}} \varphi_{x_{23}}]^T, \\ \theta_{x_{21}} &= \frac{-gm^2 l^2}{\Omega_0}, \theta_{x_{22}} = \frac{J_{\phi} ml}{\Omega_0}, \theta_{x_{23}} = \frac{J_{\phi} f_{dR} + f_{dL}}{\Omega_0}, \\ \varphi_{x_{21}} &= \sin(\phi) \cos(\phi), \varphi_{x_{22}} = \dot{\phi}^2 \sin(\phi), \varphi_{x_{23}} = 1, \\ \theta_{x_1} &= \frac{J_{\phi}}{\Omega_0 R} \end{aligned} \quad (33)$$

Phương trình thứ nhất và thứ hai của (19) sẽ được viết lại như sau:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= u \\ \ddot{\phi} &= \frac{mgl}{J_{\phi}} \sin \phi - \frac{ml}{J_{\phi}} \cos \phi u \end{aligned} \quad (34)$$

Để thiết kế điều khiển bám ta định nghĩa các sai lệch của hệ như sau:

$$\begin{aligned} x_e &= x - x_d, \\ \phi_e &= \phi \end{aligned} \quad (35)$$

Khi đó (34) được viết lại như sau:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_e &= u \\ \ddot{\phi}_e &= a \sin \phi_e - b \cos \phi_e u \end{aligned} \quad (36)$$

Với: $a = \frac{mgl}{J_{\phi}}$, $b = \frac{ml}{J_{\phi}}$, $a = gb$ và $\ddot{x}_d = 0$

Nhận thấy, hệ (36) là một hệ phi tuyến xen kênh, Ta đặt các biến trạng thái mới như trong (37) và sử dụng phép chuyển đổi tọa độ trong Định lý 2 để đưa hệ về dạng phân hồi chặt:

$$\begin{aligned} z_1 &= x_e + \frac{1}{b} \int_0^{\phi_e} \frac{1}{\cos(s)} ds; \\ z_2 &= \dot{x}_e - \frac{1}{b} \frac{\dot{\phi}_e}{\cos(\phi_e)}, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\xi_1 = \frac{a}{b} \tan(\phi_e),$$

$$\xi_2 = \frac{a}{b} (1 + \tan(\phi_e)^2) \dot{\phi}_e,$$

Với các biến trạng thái mới trong (37), ta có hệ phân hồi chặt mới có dạng

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= \xi_1 + \theta_{z_2} \varphi_{z_2} \\ \dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= w \end{aligned} \quad (38)$$

Định nghĩa sai lệch bám như sau:

$$\begin{aligned} z_{2e} &= z_2 - \alpha_{z_2} \\ \xi_{1e} &= \xi_1 - \alpha_{\xi_1} \\ \xi_{2e} &= \xi_2 - \alpha_{\xi_2} \end{aligned} \quad (39)$$

Khi đó hệ phương trình trạng thái của hệ được viết lại như sau:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_{2e} + \alpha_{z_2} \\ \dot{z}_{2e} &= \xi_{1e} + \alpha_{\xi_1} + \theta_{z_2} \varphi_{z_2} - \dot{\alpha}_{z_2} \\ \dot{\xi}_{1e} &= \xi_{2e} + \alpha_{\xi_2} - \dot{\alpha}_{\xi_1} \\ \dot{\xi}_{2e} &= w - \dot{\alpha}_{\xi_2} \end{aligned} \quad (40)$$

Trong đó: α_{z_2} , α_{ξ_1} , α_{ξ_2} là các biến điều khiển ảo tương ứng của z_2 , ξ_1 , ξ_2 .

$$\theta_{z_2} = \frac{1}{a.g^2}, \varphi_{z_2} = \xi_1 \left(1 + \left(\frac{\xi_1}{g} \right)^2 \right)^{-3/2} \xi_{2e}^2, \quad (41)$$

$$u = g \tan \phi_e - \frac{1}{b \cos \phi_e} v \quad (42)$$

$w = g(1 + \tan(\phi_e)^2)v + 2g \tan(\phi_e)(1 + \tan(\phi_e)^2)\phi_e^2$
 Áp dụng Định lý 1, ta có bộ điều khiển và luật cập nhật như sau:

$$\begin{aligned} \alpha_{z_2} &= -c_1 z_1, \\ \alpha_{\xi_1} &= -c_2 z_{2e} + \dot{\alpha}_{z_2} - z_1 - \hat{\theta}_{z_2} \varphi_{z_2}, \\ \hat{\theta}_{z_2} &= \gamma_{z_2} z_{2e} \varphi_{z_2}, \\ \alpha_{\xi_2} &= -c_3 \xi_{1e} + \dot{\alpha}_{\xi_1} - z_{2e}, \\ w &= -c_4 \xi_{2e} + \dot{\alpha}_{\xi_2} - \xi_{1e} \end{aligned} \quad (43)$$

Với w trong (43) được thay vào (42) và (32), ta có luật cập nhật và luật điều khiển áp dụng cho TWMR như sau

$$\begin{aligned} T_L + T_R &= \frac{u - \hat{\theta}_{x_2}^T \varphi_x}{\hat{\theta}_{x_1}}, \\ \dot{\hat{\theta}}_{x_1} &= \text{proj}_{\gamma_{x_1} x_{2e}} T_L + T_R \\ \hat{\theta}_{x_2} &= \gamma_{x_2} x_{2e} \varphi_{x_2} \end{aligned} \quad (44)$$

Thay các luật điều khiển và luật cập nhật (44), (43) và (30) vào các hệ con $(-\psi)$ và x, ϕ ta có hệ lặp kín như sau:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{1e} &= -k_1 \psi_{1e} + \psi_{2e} \\ \dot{\psi}_{2e} &= -k_2 \psi_{2e} - \psi_{1e} + \tilde{\theta}_{\psi_1} T_L - T_R + \tilde{\theta}_{\psi_2} \\ \dot{\tilde{\theta}}_{\psi_1} &= -\text{proj}_{\gamma_{\psi_1} \psi_{2e}} T_L - T_R \\ \dot{\tilde{\theta}}_{\psi_2} &= -\gamma_{\psi_2} \psi_{2e} \\ \dot{z}_1 &= z_{2e} - c_1 z_1 \\ \dot{z}_{2e} &= \xi_{1e} - c_2 z_{2e} - z_1 + \tilde{\theta}_{z_2} \varphi_{z_2} \\ \dot{\xi}_{1e} &= \xi_{2e} - c_3 \xi_{1e} - z_{2e} \\ \dot{\xi}_{2e} &= -c_4 \xi_{2e} - \xi_{1e} \end{aligned} \quad (45)$$

Định lý 3: Mục tiêu điều khiển cho TWMR đặt ra trong phần 2.2 đạt được với các luật cập nhật và luật điều khiển trong (44), (43) và (30).

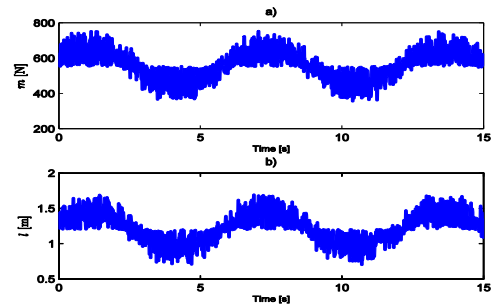
Chứng minh: Xem trong 7.2.

5. Mô phỏng

Để đánh giá hiệu quả của bộ điều khiển đã thiết kế, luật điều khiển và luật cập nhật áp dụng cho TWMR được thực hiện trên phần mềm Matlab. Để thấy rõ được khả năng của bộ điều khiển, trong quá trình mô phỏng ta coi hai thông số là khối lượng của tải và chiều dài thanh lắc thay đổi ngẫu nhiên và các thay đổi này được sử dụng trong cả ba bài toán mô phỏng. Nhiều ngang sử dụng trong mô phỏng được thực hiện trong ba trường hợp: hằng số, hình sine, và hình sine thêm tham số ngẫu nhiên. Các thay đổi của khối lượng và chiều dài thanh lắc được chọn như trong

$$m = 553.7 + 200 \text{rand} \cdot \sin t + 10 \text{rand} \cdot N \quad (46)$$

$$l = 1.2 + 0.5 \text{rand} \cdot \sin t + 10 \text{rand} \cdot m$$



H 2. Sự thay đổi của m và l trong thời gian mô phỏng

Các thông số của TWMR: $M = 5[\text{kg}]$; $g = 9.8[\text{m}/\text{s}^2]$;

$$M_w = 1[\text{kg}]; R = 0.15[\text{m}]; D = 0.35[\text{m}];$$

$$J_w = 1.5[\text{kg.m}^2], J_c = 2.5[\text{kg.m}^2].$$

Các tham số khởi tạo $x_0 = -1.5[\text{m}]$;

$$\dot{x}_0 = 0[\text{m}/\text{s}]; \phi_0 = \pi/2 - 0.5[\text{rad}] \text{ và}$$

$$\dot{\phi}_0 = 0.2[\text{rad}/\text{s}]; \psi_0 = 1[\text{rad}]$$

Các hệ số của bộ điều khiển là: $k_1 = 5; k_2 = 10$, $c_1 = 1$,

$c_2 = 2$, $c_3 = 3, c_4 = 4$. Các hệ số thích nghi

$$\gamma_{\psi_1} = 1; \gamma_{\psi_2} = 1; \gamma_{x_1} = 1; \gamma_{x_{21}} = 1; \gamma_{x_{22}} = 1; \gamma_{x_{23}} = 1.$$

Các giá trị tham khảo $x_d = 10 \text{ m}$; $\psi_d = 1[\text{rad}]$.

Dưới đây là kết quả mô phỏng cho thấy đáp ứng của hệ với các nhiễu tác động khác nhau.

- Giá trị nhiễu ngang là hằng số được chọn:

$f_{dL} = -f_{dR} = M_x g = 553,7 \text{ N}$. Kết quả mô phỏng thể hiện trên H 3. Kết quả cho thấy luật điều khiển với các thông số đã chọn đáp ứng tốt các mục tiêu điều khiển đã đề ra.

- Nhiễu ngang là hình sine và hình sine kết hợp giá trị ngẫu nhiên:

Giá trị nhiễu được chọn để mô phỏng là:

$$f_{dL} = M_x g = 553,7 \sin(2t) \text{ N},$$

$$f_{dR} = -M_x g = -553,7 \cos(2t) \text{ N}$$

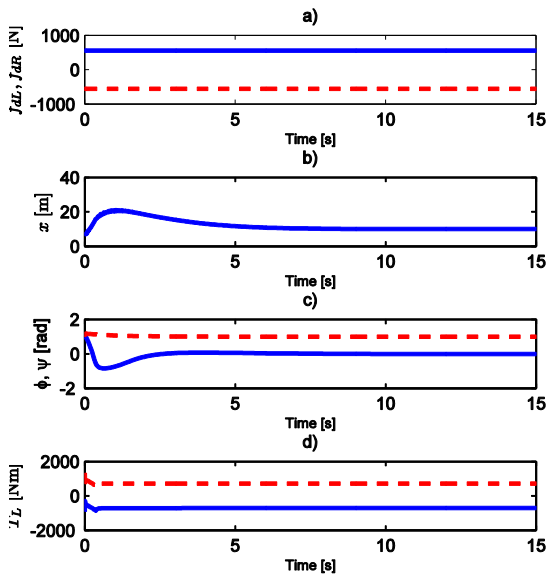
và:

$$f_{dL} = M_x g = 553,7 \sin((2t) + \text{rand}) \text{ N},$$

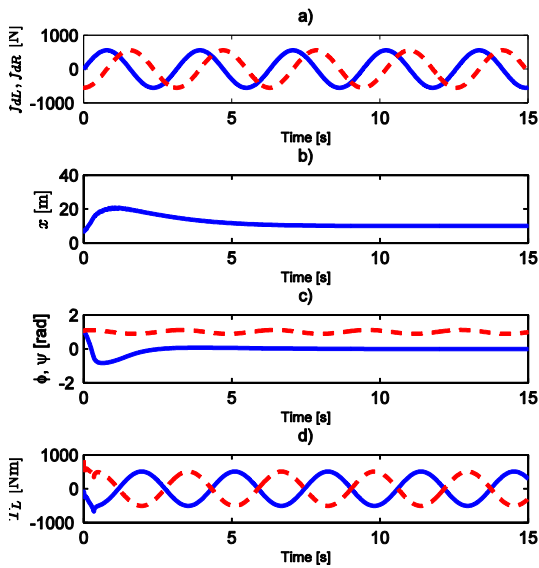
$$f_{dR} = -M_x g = -553,7 \cos((2t) + \text{rand}) \text{ N}$$

Kết quả mô phỏng cho thấy bộ điều khiển với các thông số đã chọn đáp ứng tốt các mục tiêu điều khiển đề ra. H 4 là kết quả mô phỏng cho trường hợp nhiễu ngang là hình sine và H 5 là kết quả mô phỏng cho

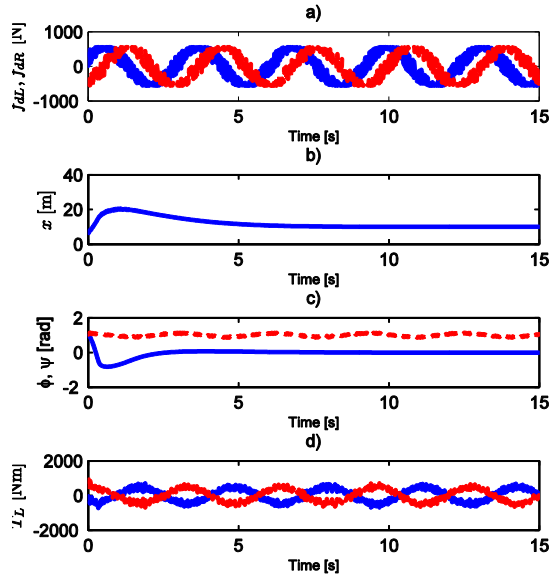
trường hợp nhiễu ngẫu nhiên là hình sine kết hợp với thay đổi ngẫu nhiên.



H3. Các kết quả mô phỏng với nhiễu f_{dL}, f_{dR} là hằng số
a) đồ thị nhiễu f_{dL}, f_{dR} b) sự điều chỉnh của x theo x_d , c) sự điều chỉnh của ψ theo ψ_d và ϕ theo ϕ_d d) moment T_L, T_R



H4. Các kết quả mô phỏng với nhiễu là sine, $f_{dL} = -f_{dR} = M_x g = 553,7 \sin(2t) N$, a) đồ thị nhiễu f_{dL}, f_{dR} , b) sự điều chỉnh của x theo x_d , c) sự điều chỉnh của ψ theo ψ_d và ϕ theo ϕ_d d) moment T_L, T_R .



H5. Các kết quả mô phỏng với nhiễu là sine $f_{dL} = -f_{dR} = M_x g = 553,7 \sin((2t) + rand) N$, a) đồ thị nhiễu f_{dL}, f_{dR} , b) sự điều chỉnh của x theo x_d , c) sự điều chỉnh của ψ theo ψ_d và ϕ theo ϕ_d d) moment T_L, T_R

6. Kết luận

Bài báo đã trình bày kỹ thuật thiết kế bộ điều khiển thích nghi bền vững áp dụng để thiết kế điều khiển cho TWMR. Các kết quả đạt được đã cho thấy bộ điều khiển đáp ứng được mục tiêu điều khiển đề ra, khả năng kháng nhiễu tốt và thích nghi bền vững với sự biến thiên của nhiễu và thay đổi các tham số không biết trước. Luật cập nhật tham số hệ thống sử dụng toán tử *proj* cho phép tránh được hiện tượng thoát hữu hạn trong bộ điều khiển. Các nghiên cứu tiếp theo sẽ tiếp tục phát triển và áp dụng luật điều khiển thích nghi bền vững để điều khiển mô hình TWMR thực.

7. Phụ lục

7.1 Chứng minh Định lý 1:

Hệ sai lệch của hệ (23) được viết lại như sau:

$$\begin{aligned} x_{1e} &= x_1 - x_d, \\ x_{2e} &= x_2 - \alpha_2 \end{aligned} \quad (47)$$

Đạo hàm hai vế của (47) và sử dụng luật điều khiển (24) ta có hệ lặp kín:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1e} &= -k_1 x_{1e} + x_{2e}, \\ \dot{x}_{2e} &= -k_2 x_{2e} - x_{1e} + \tilde{\theta}_1 u + \tilde{\theta}_2 \varphi(x) \end{aligned} \quad (48)$$

Để chứng minh hệ lặp kín (48) ổn định toàn cục tại gốc tọa độ, ta xét hàm Lyapunov sau

$$V = \frac{1}{2} x_{1e}^2 + \frac{1}{2} x_{2e}^2 + \frac{1}{2\gamma_{1n}} \tilde{\theta}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\theta}_2^2 \quad (49)$$

Đạo hàm hai vế của (49) ta có:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k_1 x_{1e}^2 - k_2 x_{2e}^2 & \frac{\partial L}{\partial x_L} = 0 & (60) \\ & + \tilde{\theta}_1 \left(x_{2e} u + \frac{\dot{\tilde{\theta}}_1}{\gamma_{1n}} \right) + \tilde{\theta}_2 \left(x_{2e} \varphi(x) + \frac{\dot{\tilde{\theta}}_2}{\gamma_2} \right) & (50) \end{aligned}$$

Thay

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\theta}}_1 = & -\dot{\tilde{\theta}}_1 = \gamma_{1n} x_{2e} u & (51) \\ \dot{\tilde{\theta}}_2 = & -\dot{\tilde{\theta}}_2 = \gamma_2 x_{2e} \varphi(x) \end{aligned}$$

vào (50) ta có:

$$\dot{V} = -k_1 x_{1e}^2 - k_2 x_{2e}^2 \leq 0 \quad (52)$$

Điều này chỉ ra rằng với luật điều khiển và luật cập nhật (24), hệ lặp kín (48) ổn định toàn cục tại gốc tọa độ.

7.2 Chứng minh Định lý 3:

Để chứng minh hệ lặp kín (45) hội tụ toàn cục tại gốc tọa độ, ta xét hàm Lyapunov sau:

$$\begin{aligned} V = & \frac{\psi_{1e}^2}{2} + \frac{\psi_{2e}^2}{2} + \frac{\tilde{\theta}_{\psi_1}^2}{2\gamma_{\psi_1}} + \frac{\tilde{\theta}_{\psi_2}^2}{2\gamma_{\psi_2}} + \frac{z_1^2}{2} + \frac{z_{2e}^2}{2} \\ & + \frac{\tilde{\theta}_{z_2}^2}{2\gamma_{\theta_{z_2}}} + \frac{z_{1e}^2}{2} + \frac{z_{2e}^2}{2} \end{aligned} \quad (53)$$

Đạo hàm hai vế của (53) và thay các luật cập nhật, luật điều khiển (43) và (30) ta có:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k_1 \psi_{1e}^2 - k_2 \psi_{2e}^2 - c_1 z_1^2 & (54) \\ & - c_2 z_{2e}^2 - c_3 z_{1e}^2 - c_4 z_{2e}^2 \leq 0 \end{aligned}$$

Hay hệ lặp kín (45) hội tụ toàn cục tại gốc tọa độ.

7.3 Tính đạo hàm thành phần

Từ giá trị Lagrange đạt được (16), các giá trị thành phần của (1) theo các tọa độ suy rộng đã chọn được tính như sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_L} = & \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) \dot{x}_L + \frac{1}{2} M + m \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right) & (55) \\ & + \frac{1}{2} m \dot{\phi} \cos(\phi) + \frac{1}{D} J_v \left(\frac{\dot{x}_L - \dot{x}_R}{D} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_L} \right) = & \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) \ddot{x}_L + \frac{M+m}{2} \left(\frac{\ddot{x}_L + \ddot{x}_R}{2} \right) & (56) \\ & + \frac{1}{2} m \ddot{\phi} \cos(\phi) - \dot{\phi}^2 \sin(\phi) + \frac{1}{D} J_v \left(\frac{\ddot{x}_L - \ddot{x}_R}{D} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_L} = 0 \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_R} = & \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) \dot{x}_R + \frac{1}{2} M + m \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right) & (58) \\ & + \frac{1}{2} m \dot{\phi} \cos(\phi) - \frac{1}{D} J_v \left(\frac{\dot{x}_L - \dot{x}_R}{D} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_R} \right) = & \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) \ddot{x}_R + \frac{M+m}{2} \left(\frac{\ddot{x}_L + \ddot{x}_R}{2} \right) & (59) \\ & + \frac{1}{2} m \ddot{\phi} \cos(\phi) - \dot{\phi}^2 \sin(\phi) - \frac{1}{D} J_v \left(\frac{\ddot{x}_L - \ddot{x}_R}{D} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = m l \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right) \cos(\phi) + m l^2 + J_p + J_c \dot{\phi} \quad (61)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) = m l \left(\frac{\ddot{x}_L + \ddot{x}_R}{2} \right) \cos(\phi) \quad (62)$$

$$- m l \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right) \sin(\phi) \dot{\phi} + m l^2 + J_v + J_c \ddot{\phi}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} = - m l \left(\frac{\dot{x}_L + \dot{x}_R}{2} \right) \dot{\phi} \sin(\phi) + m g l \sin(\phi) \quad (63)$$

Thay các giá trị tính vào (1), có:

+ Từ (62) và (63):

$$\begin{aligned} m l \left(\frac{\ddot{x}_L + \ddot{x}_R}{2} \right) \cos(\phi) + m l^2 + J_p + J_c \ddot{\phi} & (64) \\ - m g l \sin(\phi) = 0 \end{aligned}$$

+ Từ (59) và (60):

$$\begin{aligned} \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) \ddot{x}_R + \frac{1}{2} M + m \left(\frac{\ddot{x}_L + \ddot{x}_R}{2} \right) & \\ - \frac{1}{D} J_v \left(\frac{\ddot{x}_L - \ddot{x}_R}{D} \right) + \frac{1}{2} m l \ddot{\phi} \cos(\phi) - \dot{\phi}^2 \sin(\phi) & (65) \\ = \left(f_{dR} + \frac{T_R}{R} \right) + H_R - \frac{H_R R}{R} \end{aligned}$$

+ Từ (56) và (57), có:

$$\begin{aligned} \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) \ddot{x}_L + \frac{1}{2} m l \ddot{\phi} \cos(\phi) - \dot{\phi}^2 \sin(\phi) & \\ + \frac{1}{2} M + m \left(\frac{\ddot{x}_L + \ddot{x}_R}{2} \right) + \frac{1}{D} J_v \left(\frac{\ddot{x}_L - \ddot{x}_R}{D} \right) & (66) \\ = \left(f_{dL} + \frac{T_L}{R} \right) \end{aligned}$$

+ Cộng (65) với (66):

$$\begin{aligned} \left(2 \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) + M + m \right) \left(\frac{\ddot{x}_L + \ddot{x}_R}{2} \right) & \\ + m l \ddot{\phi} \cos(\phi) - \dot{\phi}^2 \sin(\phi) & (67) \\ = f_{dL} + f_{dR} + \left(\frac{T_L}{R} + \frac{T_R}{R} \right) \end{aligned}$$

+ Trừ (66) cho (65):

$$\begin{aligned} \left(D \left(M_w + \frac{J_w}{R^2} \right) + \frac{2}{D} J_v \right) \left(\frac{\ddot{x}_L - \ddot{x}_R}{D} \right) & (68) \\ = f_{dL} - f_{dR} + \left(\frac{T_L}{R} - \frac{T_R}{R} \right) \end{aligned}$$

Từ quan hệ (17) và (18), hệ phương trình chuyển động của TWMR theo hệ tọa độ mở rộng x, ϕ và ψ được mô tả như trong (19).

Tài liệu tham khảo

- [1] K. D. Do, J. Pan, Control of Ships and Underwater Vehicles, Springer, 2009.
- [2] K.D. Do và Gerald Seet, Motion control of a Two-Wheel Mobile Vehicle with an Inverted Pendulum. J Intell Robot Syst, 2010
- [3] Miroslav Krstic, Ioannis Kannelakopoulos và Peter Kokotovic, Nonlinear and Adaptive Control Design, Willey, Newyork, 1995.
- [4] Nguyen Ngoc Son and Ho Pham Huy Anh, Adaptive backstepping self-balancing Control of two-wheel electric scooter, international Journal of advanced robotic system, aug 2014.
- [5]. Nguyen Duy Cuong, Gia Thi Dinh và Nguyen Van Lanh, Direct MRAS based an Adaptive control system for a Two-Wheel Mobile robot, Journal of Automation and control engineering, Volume 3, No 3, June 2015.
- [6] R. Olfati-Saber, A. Megretski, Controller design for a class of underactuated nonlinear system, in Decision and control, 1998, Proceedings of the 37th IEEE conference on, Vol 4, 1998
- [7] R. Lozano, I. Fantoni, D. J. Block, Stabilization of the inverted pendulum around its homoclinic orbit, Systems and Control Letters 40 (3) (2000) 197 – 204.
- [8] C. C. Chung, J. Hauser, Nonlinear control of a swinging pendulum, Automatica 31 (6) (1995) 851 – 862.
- [9] K. strm, K. Furuta, Swinging up a pendulum by energy control, Automatica 36 (2)(2000) 287 – 295.
- [10] F. Mazenc, L. Praly, Adding an integration and global asymptotic stabilization of feedforward systems, in: Decision and Control, 1994., Proceedings of the 33rd IEEE Conference on, Vol. 1, 1994, pp. 121–126 vol.1.
- [11] Nonlinear controller for an inverted pendulum having restricted travel, Automatica 31 (6) (1995) 841 – 850.
- [12] A. Teel, A nonlinear small gain theorem for the analysis of control systems with saturation, Automatic Control, IEEE Transactions on 41 (9) (1996) 1256–1270.
- [13] V. Vapnik, An overview of statistical learning theory, Neural Networks, IEEE Transactions on 10 (5) (1999) 988–999.
- [14] Neural inverse modeling and control of a base-excited inverted pendulum, Engineering Applications of Artificial Intelligence 15 (34) (2002) 261 – 272.
- [15] Gia Thị Định, Nguyễn Duy Cường, Điều khiển adaptive backstepping cho robot hai bánh tự cân bằng, Tạp chí khoa học công nghệ Đại học Thái Nguyên, số 07, 2015
- [16] Shubhbrata Rudra and Ranjit Kumar Barai, Robust Adaptive Backstepping Control of Inverted Pendulum on Cart System, International Journal and Automation, Vol 5, No. 1, 2012.



Gia Thị Định sinh năm 1976, chị đã nhận bằng Thạc sỹ về Điều khiển và Tự động hóa của Trường Đại học kỹ thuật công nghiệp Thái Nguyên vào năm 2005. Hiện nay chị đang làm Nghiên cứu sinh tại khoa Điện Trường Đại học Kỹ thuật công nghiệp Thái Nguyên. Hướng nghiên cứu hiện nay của chị là điều khiển phi tuyến và điều khiển chuyên động.



PGS. TS. Nguyễn Duy Cường nhận bằng Tiến sỹ tại Đại học Twente, Netherlands năm 2008. Hiện ông đang là Trưởng khoa Điện tử trường Đại học kỹ thuật công nghiệp Thái Nguyên. Hướng nghiên cứu của ông bao gồm: điều khiển thời gian thực, điều khiển tuyến tính, điều khiển các hệ thống tham số biến thiên và các ứng dụng trong công nghiệp.