

## Mô hình hóa và điều khiển rô bốt di động non-holonomic có trượt ngang

### *Modeling and Control of a Non-holonomic Wheeled Mobile Robot with Lateral Slip*

Nguyễn Văn Tính\*, Phạm Thượng Cát\*, Phạm Minh Tuấn\*\*

\*Viện Công nghệ Thông tin - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

\*\*Viện Công nghệ Vũ trụ - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

e-Mail: nvtinh@ioit.ac.vn, ptcat@ioit.ac.vn, pmtuan@sti.vast.vn

#### Tóm tắt

Trong bài báo này, chúng tôi xây dựng một cách có hệ thống phương pháp mô hình hóa hệ động lực học của một rô bốt di động bánh xe non-holonomic có trượt ngang. Sau đó, chúng tôi thiết kế một luật điều khiển bằng phương pháp tuyến tính hóa phân hồi vào ra để điều khiển rô bốt di động này bám theo một quỹ cho trước mà có thể bù được trượt ngang. Các kết quả mô phỏng được thực hiện bằng Matlab-Simulink đã chứng minh tính đúng đắn của luật điều khiển.

**Từ khóa:** Rô bốt di động non-holonomic, trượt ngang, tuyến tính hóa phân hồi vào ra.

#### Abstract:

This paper presents the systematic development to model the dynamics of a non-holonomic wheeled mobile robot with lateral slip, followed by the design of a control law using the input-output feedback linearization method to drive the mobile robot to track a given trajectory while lateral slipping exists. Matlab-Simulink simulation results show the correctness and performances of the control.

**Keywords:** Non-holonomic wheeled mobile robot, lateral slip, input-output feedback linearization.

#### Ký hiệu

Ký hiệu	Đơn vị	Ý nghĩa
$r$	m	Bán kính bánh xe
$b$	m	Một nửa khoảng cách giữa 2 bánh xe
$\theta$	rad	Hướng của rô bốt di động.
$\dot{\phi}_R, \dot{\phi}_L$	rad/s	Vận tốc góc của bánh phải, bánh trái.
$\eta$	m	Độ trượt ngang của rô bốt
$F_{lat}$	N	Lực trượt ngang
$x_M, y_M$	m	Tọa độ của điểm M
$V$	m/s	Vận tốc dài của rô bốt di động.
$\tau_R, \tau_L$	N.m	Mô men quay của động cơ ở bánh phải, bánh trái
$I_M$	kg.m <sup>2</sup>	Hệ số mô men quán tính của thân rô bốt quanh trục thẳng đứng đi qua điểm M

$I_D$	kg.m <sup>2</sup>	Hệ số mô men quán tính của bánh xe quanh trục đường kính (thẳng đứng) của bánh xe.
$I_W$	kg.m <sup>2</sup>	Hệ số mô men quán tính của bánh xe quanh trục quay.
$m_M$	kg	Khối lượng thân rô bốt
$m_W$	kg	Khối lượng bánh xe.

#### 1. Giới thiệu

Rô bốt di động bánh xe đã được nghiên cứu và ứng dụng ở nhiều nơi trên thế giới trong những năm gần đây. Nó sẽ là một lĩnh vực thu hút sự quan tâm nhiều nhà khoa học trên thế giới. Lí do rô bốt di động được ứng dụng rộng rãi trên thế giới là do nó có thể chuyển động thông minh mà không có tác động của con người, phạm vi hoạt động không bị giới hạn. Đặc biệt, nó có thể thay thế con người trong các nhiệm vụ nguy hiểm như: tìm kiếm vật liệu nổ, vận chuyển hàng hóa trong môi trường độc hại, giám sát an ninh, ...

Nhiều công trình nghiên cứu về rô bốt di động tập trung vào việc giải quyết bài toán điều khiển chuyển động. [1], [2], [3], [4] đã thiết kế các bộ điều khiển tương ứng mà chúng đã tích hợp mô hình động học có ràng buộc nonholonomic với mô hình động lực học của rô bốt di động. Ở đó, các tác giả đã giả sử điều kiện ràng buộc nonholonomic (các bánh xe chỉ có chuyển động lăn mà không trượt) luôn được đảm bảo.

Tuy nhiên, trong thực tế, không phải lúc nào điều kiện ràng buộc nonholonomic cũng luôn được thỏa mãn. Ràng buộc nonholonomic phụ thuộc vào rất nhiều yếu tố như độ căng của lốp, độ trơn của mặt sàn, độ phẳng của địa hình, ... Khi đó, nếu muốn giải quyết bài toán điều khiển chuyển động thì động học, động lực học trượt phải được tính đến khi thiết kế bộ điều khiển cho rô bốt di động. Trong [5], các tác giả đã phát triển một mô hình động học suy rộng mà ở đó đã chứa đựng các loại trượt khác nhau như trượt dọc, trượt ngang, trượt quay. Trong [6], điều khiển lực ngang đã được đề xuất bằng các bộ điều khiển lực và vị trí, trong đó các yếu tố trượt đã được tính đến. Trong [7], các tác giả giới thiệu một bộ điều khiển bền vững để bám theo quỹ đạo bằng cách tích hợp vào

động học trượt vào động học rô bốt di động bánh xe dưới dạng các hàm và tính ổn định được kiểm chứng bằng toán tử Lie. Trong [8], các tác giả đã xây dựng mô hình động lực học rô bốt di động bánh xe mà ở đó đã chứa đựng động lực học trượt ngang. Sau đó, mô hình động lực học này được sử dụng để thiết kế bộ lập quỹ đạo và bộ điều khiển để cho phép dẫn đường (navigation) có hiệu quả rô bốt di động trong điều kiện có trượt ngang.

Trong trường hợp có trượt ngang hoặc trượt dọc, thì yếu tố ma sát ở điểm tiếp xúc giữa bánh xe và mặt sàn được chú ý đến. Hệ số ma sát phức thuộc mạnh mẽ vào dạng địa hình, độ căng của lốp, và vận tốc rô bốt di động. Đối với điều khiển trượt dọc, trong [9], hệ số ma sát được xem như một hàm của tỉ số trượt. Trong [10], các tác giả đã trình bày một xe tự hành cho nông nghiệp với giả sử vận tốc của xe này nhỏ, chỉ có trượt dọc được chú ý đến, còn trượt ngang bị bỏ qua. [11] đã nghiên cứu bằng thực nghiệm các ảnh hưởng của các tham số như bán kính bánh xe, khoảng cách giữa hai bánh, tải trọng lên hiệu quả điều khiển khi tồn tại trượt dọc. Trong [12], các tác giả đã xây dựng một bài toán path-following khi tồn tại cả trượt ngang và trượt dọc. Dựa trên mô hình trượt, bộ điều khiển chuyên động được tổng hợp có tính đến trượt dọc. Đối với trượt ngang, bộ điều khiển được dựa trên mô hình ma sát ngang.

Đóng góp của bài báo này gồm:

- Xây dựng mô hình động học, động lực học cho rô bốt di động bánh xe, trong đó đã tích hợp mô hình động học, động lực học của trượt ngang.
- Từ mô hình động học, động lực học đó, thiết kế luật điều khiển để rô bốt di động bám theo một quỹ đạo mong muốn với sai lệch bám hội tụ tiệm cận về không.

Phần còn lại của bài báo này gồm: Mục 2 trình bày quá trình mô hình hóa động học, động lực học rô bốt di động khi có trượt ngang; Mục 3 trình bày thiết kế luật điều khiển; Mục 4 trình bày kết quả mô phỏng; Mục 5 Kết luận.

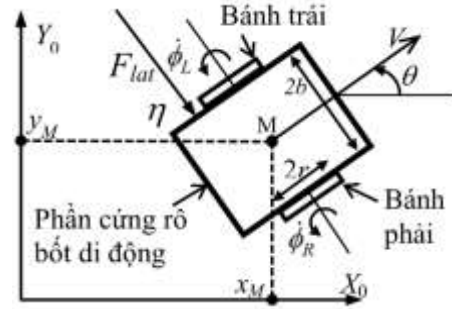
## 2. Mô hình hóa

### 2.1. Mô hình động học

Xét một rô bốt di động bánh xe có trượt ngang như hình H. 1. Với giả thiết độ trượt dọc của xe có thể bỏ qua, mô hình động học của xe được mô tả như sau:

$$r\dot{\phi}_R = \dot{x}_M \cos \theta + \dot{y}_M \sin \theta + b\dot{\theta} \quad (1)$$

$$r\dot{\phi}_L = \dot{x}_M \cos \theta + \dot{y}_M \sin \theta - b\dot{\theta} \quad (2)$$



H. 1 Rô bốt di động bánh xe có trượt ngang

$$\dot{\eta} = -\dot{x}_M \sin \theta + \dot{y}_M \cos \theta \quad (3)$$

Trong đó,  $\eta$  là độ trượt ngang của rô bốt di động (xem H. 1).

### 2.2 Mô hình động lực học của rô bốt di động

Động năng của thân rô bốt di động là:

$$K_M = \frac{1}{2} m_M (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2) + \frac{1}{2} I_M \dot{\theta}^2 \quad (4)$$

Trong đó,  $m_M$  là khối lượng của thân rô bốt di động,  $I_M$  là mô men quán tính của thân này xung quanh trục thẳng đứng đi qua điểm M.

Động năng của bánh trái và bánh phải lần lượt là:

$$K_L = \frac{1}{2} m_W (r^2 \dot{\phi}_L^2 + \dot{\eta}^2) + \frac{1}{2} I_W \dot{\phi}_L^2 + \frac{1}{2} I_D \dot{\theta}^2 \quad (5)$$

$$K_R = \frac{1}{2} m_W (r^2 \dot{\phi}_R^2 + \dot{\eta}^2) + \frac{1}{2} I_W \dot{\phi}_R^2 + \frac{1}{2} I_D \dot{\theta}^2 \quad (6)$$

Tổng động năng của hệ là:

$$K = K_M + K_L + K_R = \frac{1}{2} m_M (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2) + \frac{1}{2} m_W r^2 (\dot{\phi}_L^2 + \dot{\phi}_R^2) + m_W \dot{\eta}^2 + \frac{1}{2} I_W (\dot{\phi}_L^2 + \dot{\phi}_R^2) + \left( I_D + \frac{1}{2} I_M \right) \dot{\theta}^2 \quad (7)$$

Trong đó,  $I_W$  và  $I_D$  lần lượt là mô men quán tính của bánh xe xung quanh trục quay và trục thẳng đứng.

Vì thế năng của rô bốt di động bằng 0, nên hàm Lagrange của nó là:  $L = K$ .

Gọi véc tơ tọa độ Lagrange của rô bốt di động là:

$\mathbf{q} = [x_M, y_M, \theta, \eta, \phi_R, \phi_L]^T$ , phương trình ràng buộc được biểu diễn theo dạng sau:

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (8)$$

Kết hợp các phương trình (1), (2), (3) và (8), ta xác định được ma trận  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  như sau:

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & -b & 0 & -r & 0 \\ \cos \theta & \sin \theta & b & 0 & 0 & -r \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Phương trình Lagrange của chuyển động của rô bốt di động là:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{u} + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (10)$$

Trong đó,  $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$  là véc tơ nhân tử Lagrange biểu diễn các lực ràng buộc của rô bốt di động,  $\mathbf{u}$  là véc tơ lực suy rộng tương ứng với các tọa độ suy rộng  $\mathbf{q}$ . Bằng cách giải phương trình Lagrange, phương trình động lực học của rô bốt di động có dạng như sau:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{N}_1\boldsymbol{\tau} + \mathbf{N}_2F_{lat} + \mathbf{A}^T\boldsymbol{\lambda} \quad (11)$$

trong đó,  $\mathbf{N}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ ,

$\mathbf{N}_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$  là các ma trận đầu vào,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_M + 2I_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2m_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_w r^2 + I_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_w r^2 + I_w \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\tau} = [\tau_R, \tau_L]^T$  là véc tơ đầu vào gồm mô men quay bánh phải, bánh trái;  $F_{lat}$  là lực đẩy tác động vào thân rô bốt theo hướng ngang như hình H. 1.

Gọi  $\mathbf{v} = [\dot{\phi}_R, \dot{\phi}_L]^T$ ,  $\mathbf{S}_1(\mathbf{q})$ , và  $\mathbf{S}_2(\mathbf{q})$  là ma trận thỏa mãn phương trình sau:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{S}_1(\mathbf{q})\mathbf{v} + \mathbf{S}_2(\mathbf{q})\dot{\eta} \quad (12)$$

Để dàng tìm được ma trận

$$\mathbf{S}_1(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} \cos \theta & \frac{r}{2} \cos \theta \\ \frac{r}{2} \sin \theta & \frac{r}{2} \sin \theta \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{S}_2(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Đạo hàm 2 vế phương trình (12):

$$\ddot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{S}}_1(\mathbf{q})\mathbf{v} + \mathbf{S}_1(\mathbf{q})\dot{\mathbf{v}} + \dot{\mathbf{S}}_2(\mathbf{q})\dot{\eta} + \mathbf{S}_2(\mathbf{q})\ddot{\eta} \quad (14)$$

Hơn nữa, ta cũng có:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_1^T(\mathbf{q})\mathbf{A}^T(\mathbf{q}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_1^T(\mathbf{q})\mathbf{N}_1 &= \mathbf{I} \\ \mathbf{S}_1^T(\mathbf{q})\mathbf{N}_2 &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (15)$$

nhân cả 2 vế của phương trình (11) với  $\mathbf{S}_1^T(\mathbf{q})$ , ta có:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= [\mathbf{S}_1(\mathbf{q})^T \mathbf{M} \mathbf{S}_1(\mathbf{q})] \dot{\mathbf{v}} + [\mathbf{S}_1(\mathbf{q})^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{S}}_1(\mathbf{q})] \mathbf{v} \\ &+ [\mathbf{S}_1(\mathbf{q})^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{S}}_2(\mathbf{q})] \dot{\eta} + [\mathbf{S}_1(\mathbf{q})^T \mathbf{M} \mathbf{S}_2(\mathbf{q})] \ddot{\eta} \end{aligned} \quad (16)$$

Ta dễ thấy,

$$\mathbf{S}_1(\mathbf{q})^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{S}}_1(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (17)$$

$$\mathbf{S}_1(\mathbf{q})^T \mathbf{M} \mathbf{S}_2(\mathbf{q}) = \mathbf{0}$$

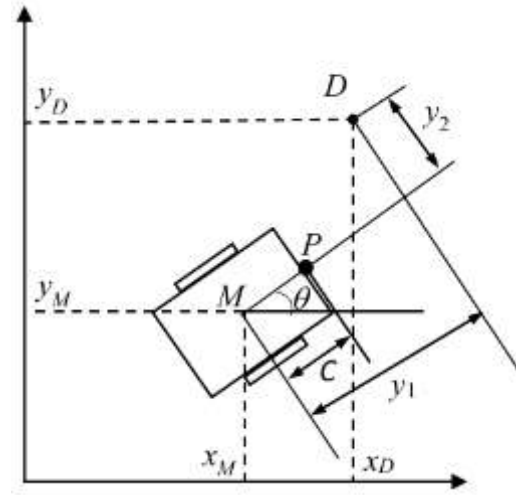
Thay (17) vào (16) ta được:

$$[\mathbf{S}_1(\mathbf{q})^T \mathbf{M} \mathbf{S}_1(\mathbf{q})] \dot{\mathbf{v}} + [\mathbf{S}_1(\mathbf{q})^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{S}}_2(\mathbf{q})] \dot{\eta} = \boldsymbol{\tau} \quad (18)$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{m}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{b}\dot{\eta}\omega = \boldsymbol{\tau} \quad (19)$$

trong đó,

$$\mathbf{m} = \mathbf{S}_1(\mathbf{q})^T \mathbf{M} \mathbf{S}_1(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \bar{m}_{11} & \bar{m}_{12} \\ \bar{m}_{21} & \bar{m}_{22} \end{bmatrix}$$



H. 2 Các biến đầu ra  $\mathbf{y}(\mathbf{x})$

$$\bar{m}_{11} = \bar{m}_{22}$$

$$= m_M \left( \frac{r}{2} \right)^2 + (I_M + 2I_D) \left( \frac{r}{2b} \right)^2 + (m_w r^2 + I_w)$$

$$\bar{m}_{12} = \bar{m}_{21}$$

$$= m_M \left( \frac{r}{2} \right)^2 - (I_M + 2I_D) \left( \frac{r}{2b} \right)^2$$

$$\mathbf{b}\omega = \mathbf{S}_1(\mathbf{q})^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{S}}_2(\mathbf{q})$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -m_M \frac{r}{2} & -m_M \frac{r}{2} \end{bmatrix}^T$$

$$\omega = \frac{r}{2b} (\dot{\phi}_R - \dot{\phi}_L)$$

### 3. Thiết kế luật điều khiển

Gọi  $D(x_D, y_D)$  là điểm mục tiêu di chuyển với vận tốc dài  $V_D$  không đổi theo hướng  $\theta_D$ . Ta có:

$$\dot{x}_D = V_D \cos \theta_D \quad (20)$$

$$\dot{y}_D = V_D \sin \theta_D$$

Gọi trạng thái của rô bốt di động là:

$$\mathbf{x} = [x_M, y_M, \theta, \eta, \phi_R, \phi_L, \dot{\phi}_R, \dot{\phi}_L]^T \quad (21)$$

Mô hình trạng thái của rô bốt di động được biểu diễn dưới dạng sau:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 \mathbf{v} + \mathbf{S}_2 \dot{\eta} \\ -\mathbf{m}^{-1}(\mathbf{b} \dot{\eta} \omega) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{m}^{-1} \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau}, \\ \mathbf{y} = [y_1(\mathbf{x}), y_2(\mathbf{x})]^T, \end{cases} \quad (22)$$

trong đó,

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1(\mathbf{x}) \\ y_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_D - x_M \\ y_D - y_M \end{bmatrix}, \quad (23)$$

Tính đạo hàm bậc nhất của (23):

$$\dot{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} y_2 \cdot \omega - V + V_D \cos(\theta - \theta_D) \\ -y_1 \omega - \dot{\eta} - V_D \sin(\theta - \theta_D) \end{bmatrix}, \quad (24)$$

trong đó  $\omega = \dot{\theta} = \frac{r}{2b}(\dot{\phi}_R - \dot{\phi}_L)$ ,  $V = \frac{r}{2}(\dot{\phi}_R + \dot{\phi}_L)$ ,

Tiếp tục đạo hàm 2 vế (24), ta được:

$$\ddot{\mathbf{y}} = - \begin{bmatrix} \dot{V} \\ y_1 \dot{\omega} \end{bmatrix} + \mathbf{f}, \quad (25)$$

trong đó,  $\mathbf{f}$  là một véc tơ phụ thuộc vào quỹ đạo của mục tiêu D. Nếu D chuyển động theo đường thẳng thì  $\mathbf{f}$  được thay bởi  $\mathbf{f}_L$  như sau:

$$\mathbf{f}_L = \begin{bmatrix} \dot{y}_2 \cdot \omega + y_2 \cdot \dot{\omega} - V_D \omega \sin(\theta - \theta_D) \\ -\dot{y}_1 \omega - \dot{\eta} - V_D \omega \cos(\theta - \theta_D) \end{bmatrix} \quad (26)$$

Nếu điểm D( $x_D, y_D$ ) chuyển động với vận tốc dài  $V_D$  không đổi theo đường tròn có dạng:

$$(x_D - x_O)^2 + (y_D - y_O)^2 = R^2 \quad (27)$$

thì  $\mathbf{f}$  được thay bởi  $\mathbf{f}_C$  như sau:

$$\mathbf{f}_C = \begin{bmatrix} \dot{y}_2 \cdot \omega + y_2 \cdot \dot{\omega} - V_D (\omega - \dot{\theta}_D) \sin(\theta - \theta_D) \\ -\dot{y}_1 \omega - \dot{\eta} - V_D (\omega - \dot{\theta}_D) \cos(\theta - \theta_D) \end{bmatrix} \quad (28)$$

Ta có thể viết lại (25) dưới dạng:

$$\ddot{\mathbf{y}} = -\mathbf{h}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{f} \quad (29)$$

trong đó

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ y_1 \frac{r}{2b} & -\left(y_1 \frac{r}{2b}\right) \end{bmatrix}$$

Nếu  $y_1 > 0$ , thì  $\mathbf{h}$  luôn khả nghịch.

Kết hợp (22) và (29), ta có:

$$\ddot{\mathbf{y}} = -\mathbf{h}\dot{\mathbf{m}}^{-1}(\boldsymbol{\tau} - \mathbf{b}\dot{\eta}\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{f} \quad (30)$$

Ta chọn luật điều khiển:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{b}\dot{\eta}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{m}\mathbf{h}^{-1}(\mathbf{f} - \ddot{\mathbf{y}}_{desired} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_P\mathbf{e}) \quad (31)$$

trong đó,  $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_{desired}$ ,  $\mathbf{K}_P$ ,  $\mathbf{K}_D$  là các ma trận hằng xác định dương.

Yêu cầu của bài toán điều khiển là điểm P (hình H. 2) phải bám tiệm cận theo điểm D với sai lệch bám tiến về không. Do vậy, ta chọn  $\mathbf{y}_{desired} = [C, 0]^T$ .

Thay (31) vào (30), ta được:

$$\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_P\mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (32)$$

Từ phương trình động lực học sai lệch này, sai lệch  $\mathbf{e}$  sẽ tiến tiệm cận về  $\mathbf{0}$ . Tức  $y_1 \rightarrow C; y_2 \rightarrow 0$ .

#### 4. Mô phỏng

Tiến hành mô phỏng bằng Matlab-Simulink. Các tham số của rô bốt di động được tiến hành mô phỏng được chọn như sau:  $m_M = 17$  kg;  $r = 0,095$  m;  $b = 0,24$  m;  $I_D = 0,023$  kgm<sup>2</sup>;  $I_W = 0,011$  kgm<sup>2</sup>;  $I_M = 0,537$  kgm<sup>2</sup>;  $m_W = 0,5$  kg. Khoảng cách mong muốn:  $C = 0,3$  m. Các tham số điều khiển

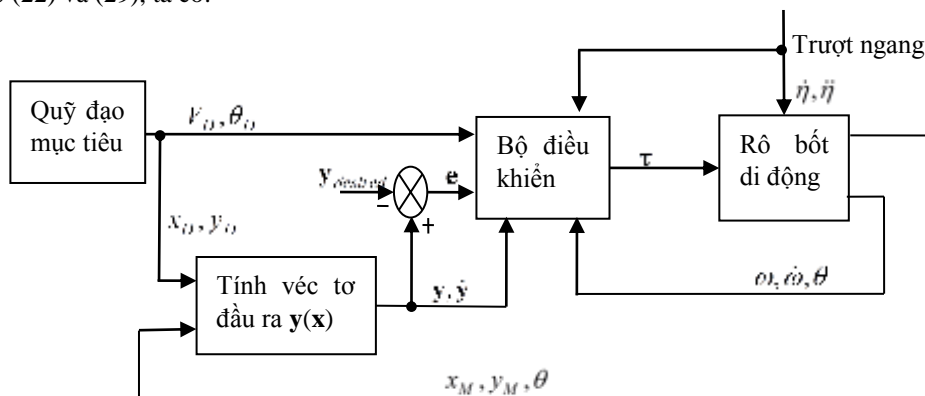
$$\mathbf{K}_P = \mathbf{K}_D = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Không mất tính tổng quát, góc trượt được giả sử là:

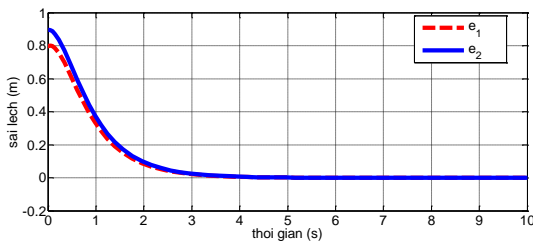
$$sa = \tan^{-1}\left(\frac{\dot{\eta}}{V}\right) = 0,2;$$

Ta sẽ tiến hành mô phỏng theo 2 trường hợp:

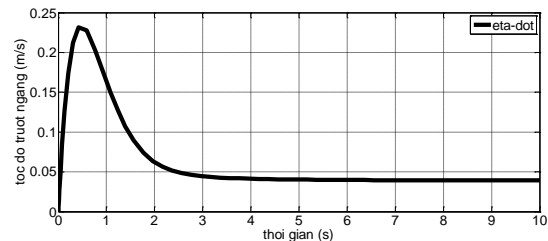
- **Trường hợp 1:** Mục tiêu D( $x_D, y_D$ ) di chuyển theo đường thẳng có hệ số góc  $\theta_D = \pi/6$  với vận tốc 0,2 m/s.



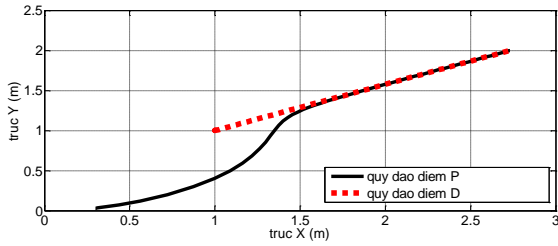
H. 3 Sơ đồ khối để điều khiển rô bốt di động nonholonomic có trượt ngang



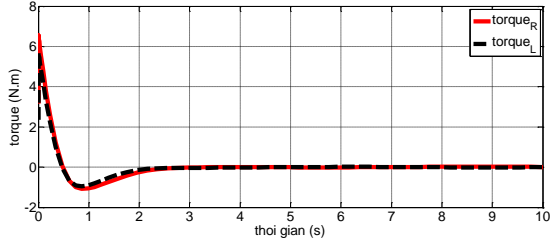
H. 4 Đồ thị sai lệch  $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_{desired}$



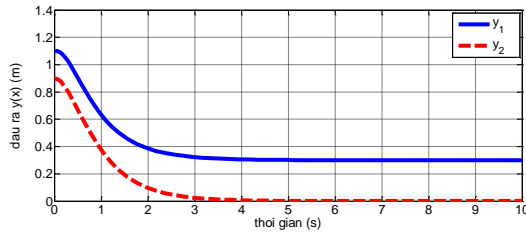
H. 5 Đồ thị tốc độ trượt ngang  $\dot{\eta}$  khi rô bốt bám theo đường thẳng.



H. 6 Quỹ đạo điểm P và điểm D.

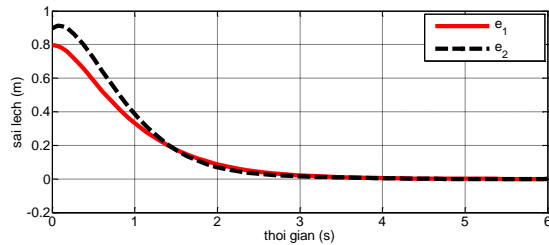


H. 7 Mô men quay ở hai bánh xe rô bốt di động

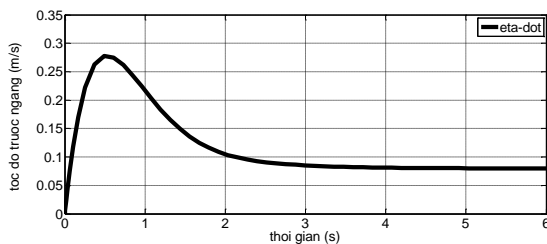


H. 8 Véc tơ đầu ra  $y(x)$

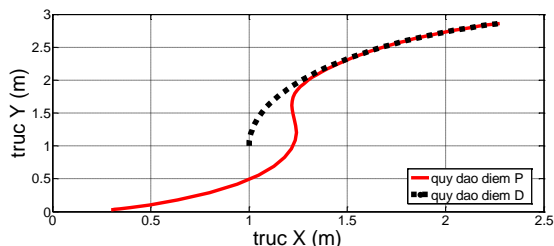
- Trường hợp 2: Mục tiêu di chuyển theo đường tròn có phương trình (27) với vận tốc dài  $V_D = 0,4$  m/s.



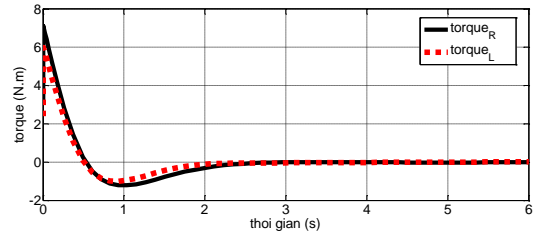
H. 9 Đồ thị sai lệch  $e = y - y_{desired}$



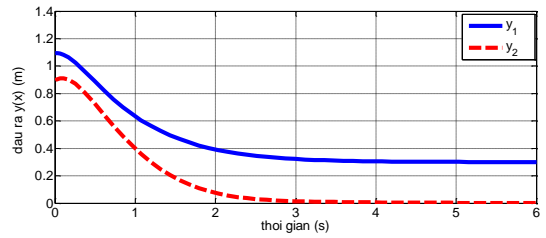
H. 10 Đồ thị tốc độ trượt ngang  $\eta$  khi rô bốt bám theo đường tròn.



H. 11 Quỹ đạo điểm P và điểm D.



H. 12 Mô men quay ở hai bánh xe rô bốt di động



H. 13 Véc tơ đầu ra  $y(x)$

Các hình H. 4, H. 6, H. 9, H. 11 đã minh họa tính ổn định tiệm cận của luật điều khiển. Trong các đồ thị H. 8, H.13, giá trị  $y_1(x) > 0$  với  $\forall t > 0$  nên ma trận  $h$  trong (31) luôn khả nghịch. Hình H. 7 và hình H. 12 minh họa đồ thị mô men quay luôn liên tục và hữu hạn. Do vậy, luật điều khiển là khả thi.

## 5. Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi đã xây dựng thành công mô hình động học, động lực học của rô bốt di động khi có trượt ngang. Trong các mô hình động học, động lực học đều chứa đựng động học, động lực học của trượt ngang. Sau đó, chúng tôi đã đề xuất một luật điều khiển theo phương pháp tuyến tính hóa phản hồi vào ra. Tính ổn định của luật điều khiển đã được kiểm chứng bằng Matlab-Simulink khi tiến hành mô phỏng cho rô bốt bám theo quỹ đạo thẳng và quỹ đạo tròn. Trong tương lai, chúng tôi sẽ khảo sát và thiết kế bộ điều khiển cho rô bốt di động khi vừa có trượt dọc, vừa có trượt ngang.

## Tài liệu tham khảo

- [1] T. Hu, S. Yang, F. Wang, G. Mittal, A neural network for a nonholonomic mobile robot with unknown robot parameters. Proc. of the 2002 IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation, Washington DC., May 2002.
- [2] T. Hu and S. Yang, A novel tracking control method for a wheeled mobile robot, Proc. of 2nd Workshop on Computational Kinematics, Seoul, Korea, May 20-22, 2001, pp. 104-116.
- [3] R. Fierro and F. L. Lewis, Control of a nonholonomic mobile robot using neural networks, IEEE Trans. on Neural Networks, 9 (4): 389-400, 1998.
- [4] E. Zalama, P. Gaudiano and J. Lopez Coronado, A real-time, unsupervised neural network for the low-level control of a mobile robot in a

- nonstationary environment*, Neural Networks, 8: 103-123, 1995.
- [5] M. Tarokh, G.J. McDermott, *Kinematics modeling and analyses of articulated rover*, IEEE Trans. on Robotics, vol. 21, no.4, pp. 539-553, 2005.
- [6] S. Jung, T.C. Hsia, *Explicit lateral force control of an autonomous mobile robot with slip*, IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS 2005, pp. 388 – 393, 2005.
- [7] X. Zhu, G. Dong, D. Hu, Z. Cai, *Robust tracking control of wheeled mobile robots not satisfying nonholonomic constraints*, Proc. of the 6th Int. Conf. on Intelligent Systems Design and Applications ISDA'06, 2006.
- [8] N. Sidek, and N. Sarkar, SARKAR, *Dynamic modeling and control of nonholonomic mobile robot with lateral slip*, Proc. of the 7th WSEAS Int. Conf. on Signal Processing, Robotics and Automation (ISPR A '08), University of Cambridge, UK, February 20-22, 2008.
- [9] Zielinska, T., Chmielniak, A., *Controlling the slip in mobile robots*. Proc. 13th Int. Conf. on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines, p.13-20. 2010.
- [10] J. Sánchez-Hermosilla, F. Rodríguez, R. González, et al., *A mechatronic description of an autonomous mobile robot for agricultural tasks in greenhouses*. Mobile Robots Navigation, Barrera, A. (Ed.), InTech, Croatia, p.583-607, 2010.
- [11] L. Ding, H. Gao, Z. Deng, et al., *Experimental study and analysis on driving wheels' performance for planetary exploration rovers moving in deformable soil*. J. Terramech., 48(1):27-45. 2011.
- [12] H. Khan, J. Iqbal, K. Baizid, T. Zielinska, *Longitudinal and lateral slip control of autonomous wheeled mobile robot for trajectory tracking*, Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering , ISSN 2095-9184 (print); ISSN 2095-9230 (online).



**Pham Thuong Cat** is a Honorary Research Professor in Computational Sciences of Computer and Automation Research Institute of the Hungarian Academy of Sciences. He is the Editor-in-Chief of the Journal of Computer Science and Cybernetics of the Vietnamese Academy of Science and Technology (VAST) and a Senior Researcher of the Institute of Information Technology of VAST. He is a Vice President of the Vietnamese Association of Mechatronics. His research interests include robotics, control theory, cellular neural networks and embedded control systems. He co-authored 4 books and published over 140 papers on national and international journals and conference proceedings.



**Phạm Minh Tuấn** nhận bằng Thạc sĩ và Tiến sĩ về Kỹ thuật điều khiển tương ứng vào các năm 2002 và 2006 tại trường Đại học Công nghệ Nanyang, Singapore. Hiện tại, ông đang là Phó giám đốc Trung tâm Điều khiển và Khai thác Vệ tinh nhỏ thuộc Viện Công nghệ vũ trụ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam (VAST). Đồng thời, ông kiêm nhiệm Phó Trưởng ban Quản lý dự án vệ tinh nhỏ của VAST. Lĩnh vực nghiên cứu của ông bao gồm các hệ thống vệ tinh quan sát Trái đất, điều khiển tự thế, điều khiển quỹ đạo, vị trí vệ tinh, nghiên cứu về xe tự hành, rô-bốt di

động. Ông là tác giả và đồng tác giả của trên 40 bài báo tạp chí và hội nghị quốc tế và trong nước.



**Nguyễn Văn Tính** nhận bằng đại học Bách Khoa Hà Nội năm 2008, chuyên ngành Kỹ sư Điều khiển tự động. Từ năm 2008 đến nay, anh đang làm cán bộ nghiên cứu tại phòng Công nghệ tự động hóa – Viện Công nghệ thông tin, Viện Hàn lâm Khoa học và công nghệ Việt Nam.