Kỷ yếu Hội nghị Khoa học Quốc gia lần thứ IX "Nghiên cứu cơ bản và ứng dụng Công nghệ thông tin (FAIR'9)"; Cần Thơ, ngày 4-5/8/2016
DOI: 10.15625/vap.2016.00074

PHỤ THUỘC BOOLEAN DƯƠNG ĐA TRỊ TRONG MÔ HÌNH DỮ LIỆU DẠNG KHỐI

Trịnh Đình Thắng [1], Trần Minh Tuyến [2], Trịnh Ngọc Trúc[3]
[1] ĐHSP Hà Nội 2, [2] ĐH Công đoàn, [3] ĐHSP Hà Nội 2
thangsp2@yahoo.com, tuyentm@dhcd.edu.vn, tructn@yahoo.com

TÓM TẮT— *Báo cáo đề xuất khái niệm phụ thuộc Boolean dương đa trị trong mô hình dữ liệu dạng khối, chứng minh tính đầy đủ của họ hàm I, $\vee$ và $\wedge$, định lý tương đương của ba loại suy dẫn, tính chất của phụ thuộc Boolean dương đa trị m-đúng trên khối, điều kiện cần và đủ của một thể hiện chặt của tập phụ thuộc Boolean dương đa trị trên khối... Ngoài ra, một số tính chất liên quan đến khái niệm này khi khối suy biến thành quan hệ cũng đã được phát biểu và chứng minh ở đây.*

Từ khóa— *Phụ thuộc Boolean dương đa trị, khối, lược đồ khối.*

I. MÔ HÌNH DỮ LIỆU DẠNG KHỐI

I.1 Khối, lược đồ khối

Định nghĩa I.1 [1]

Gọi $R = (id; A_1, A_2,..., A_n)$ *là một bộ hữu hạn các phần tử, trong đó* id *là tập chỉ số hữu hạn khác rỗng*, A_i (i=1..n) *là các thuộc tính*. *Mỗi thuộc tính* A_i (i=1..n) *có miền giá trị tương ứng là* $dom(A_i)$. *Một khối* r *trên* R, *kí hiệu* r(R) *gồm một số hữu hạn phần tử mà mỗi phần tử là một họ các ánh xạ từ tập chỉ số* id *đến các miền trị của các thuộc tính* A_i (i=1..n).

Nói một cách khác:

$$t\in r(R) \Leftrightarrow t = \{ t^i : id \rightarrow dom(A_i)\}_{i=1..n} .$$

Ta kí hiệu khối đó là r(R) hoặc $r(id; A_1, A_2,..., A_n)$, đôi khi nếu không gây nhầm lẫn ta kí hiệu đơn giản là r.

Định nghĩa I.2 [1]

Cho $R = (id; A_1, A_2,..., A_n)$, r(R) *là một khối trên* R. *Với mỗi* $x\in id$ *ta kí hiệu* $r(R_x)$ *là một khối với* $R_x = (\{x\}; A_1, A_2,..., A_n)$ *sao cho*:

$$t_x\in r(R_x) \Leftrightarrow t_x = \{t^i_x = t^i\big|_x\}_{i=1..n}, \quad \textit{ở đây} \quad t\in r(R), t = \{ t^i : id \rightarrow dom(A_i)\}_{i=1..n} ,$$

Khi đó $r(R_x)$ *được gọi là một lát cắt trên khối* r(R) *tại điểm* x.

I.2 Phụ thuộc hàm

Sau đây, để cho đơn giản ta sử dụng các kí hiệu:

$$x^{(i)} = (x; A_i) ; \ id^{(i)} = \{x^{(i)} \mid x \in id\}.$$

Ta gọi $x^{(i)}$ ($x \in id$, i = 1..n) là các thuộc tính chỉ số của lược đồ khối $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$.

Định nghĩa I.3 [1]

Cho $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$, r(R) *là một khối trên* R *và* $X, Y \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, $X \rightarrow Y$ *là kí hiệu một phụ thuộc hàm. Một khối* r *thoả* $X \rightarrow Y$ *nếu:*

$$\forall\, t_1, t_2 \in R \textit{ sao cho } t_1(X) = t_2(X) \textit{ thì } t_1(Y) = t_2(Y).$$

Định nghĩa I.4 [3]

Cho lược đồ khối $\alpha = (R,F)$, $R = (id; A_1, A_2,..., A_n)$, F *là tập các phụ thuộc hàm trên* R. *Khi đó bao đóng của* F *kí hiệu* F^+ *được xác định như sau*:

$$F^+ = \{ X \rightarrow Y \mid F \Rightarrow X \rightarrow Y \}.$$

Nếu $X = \{x^{(m)}\} \subseteq id^{(m)}$, $Y = \{y^{(k)}\} \subseteq id^{(k)}$ thì ta kí hiệu phụ thuộc hàm $X \rightarrow Y$ đơn giản là $x^{(m)} \rightarrow y^{(k)}$.

Khối r thoả $x^{(m)} \rightarrow y^{(k)}$ nếu với mọi $t_1, t_2 \in r$ sao cho $t_1(x^{(m)}) = t_2(x^{(m)})$ thì $t_1(y^{(k)}) = t_2(y^{(k)})$.

Trong đó: $t_1(x^{(m)}) = t_1(x; A_m)$, $t_2(x^{(m)}) = t_2(x; A_m)$,

$t_1(y^{(k)}) = t_1(y; A_k)$, $t_2(y^{(k)}) = t_2(y; A_k)$.

Từ đây trở đi, để thuận tiện khi sử dụng ta kí hiệu các tập con phụ thuộc hàm trên R:

$$F_h = \{ X \rightarrow Y \mid X = \bigcup_{i\in A} x^{(i)},\ Y = \bigcup_{j\in B} x^{(j)}, A, B \subseteq \{1,2,...,n\} \text{ và } x \in id \},$$

$F_{hx} = F_h \Big|_{\bigcup_{i=1}^{n} X^{(i)}} = \{ X \to Y \in F_h \mid X, Y \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} X^{(i)} \}$.

Định nghĩa I.5 [3]

Cho lược đồ khối α=(R,F_h), R=(id; A_1, A_2,..., A_n), *khi đó* F_h *được gọi là tập đầy đủ các phụ thuộc hàm nếu:*

$F_{hx} = F_h \Big|_{\bigcup_{i=1}^{n} X^{(i)}}$ *là như nhau với mọi* $x \in id$.

Một cách cụ thể hơn:

F_{hx} gọi là như nhau với mọi x $\in$ id nghĩa là: $\forall$ x, y$\in$ id: $M \to N \in F_{hx} \Leftrightarrow M' \to N' \in F_{hy}$ với M', N' tương ứng tạo thành từ M, N bởi việc thay x bởi y.

I.3 Bao đóng của tập thuộc tính chỉ số:

Định nghĩa I.6 [4]

Cho lược đồ khối α=(R,F), R=(id; A_1, A_2,..., A_n), F *là tập các phụ thuộc hàm trên* R.

Với mỗi $X \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, *ta định nghĩa bao đóng của* X *đối với* F *kí hiệu* X^+ *như sau*:

$$X^+ = \{x^{(i)}, x \in id, i = 1..n \mid X \to x^{(i)} \in F^+ \}.$$

Ta kí hiệu tập tất cả các tập con của tập hợp $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$ là tập SubSet ($\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$).

I.4 Khoá của lược đồ khối α = (R,F)

Định nghĩa I.7 [4]

Cho lược đồ khối α = (R,F), R = (id; A_1, A_2,..., A_n), F *là tập các phụ thuộc hàm trên* R, $K \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$. K *gọi là khoá của lược đồ khối* α *nếu nó thoả 2 điều kiện*:

i) $K \to x^{(i)} \in F^+$, $\forall x \in id$, i = 1..n.

ii) $\forall K' \subset K$ *thì* K' *không có tính chất* i).

Nếu K là khoá và $K \subseteq K''$ thì K'' gọi là siêu khoá của lược đồ khối R đối với F.

II. CÁC CÔNG THỨC BOOLEAN ĐA TRỊ

II.1 Công thức Boolean đa trị

Định nghĩa II.1 [2]

Cho tập trị Boolean $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, ..., b_k\}$ *gồm k giá trị trên đoạn [0;1], k ≥ 2 được sắp tăng và thỏa các điều kiện sau:*

(i) $0 \in \mathcal{B}$, .

(ii) $\forall b \in \mathcal{B} \Rightarrow 1 - b \in \mathcal{B}$.

Ta chọn các phép toán và hàm logic đa trị cơ sở như sau:

$\forall$ a, b $\in \mathcal{B}$

- **a $\wedge$ b = min(a, b),**
- **a $\vee$ b = max(a, b),**
- **$\neg$a = 1-a**
- **Với mỗi trị b** $\in \mathcal{B}$ ta định nghĩa hàm I_b như sau:

$\forall x \in \mathcal{B}$: $I_b(x) = 1$ nếu x = b và $I_b(x) = 0$ nếu $x \neq b$.

Các hàm I_b, b $\in \mathcal{B}$ gọi là các hàm phủ định tổng quát.

Định nghĩa II.2 [2]

Cho P = $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ *là tập hữu hạn các biến Boolean,* $\mathcal{B}$ *là tập trị Boolean. Khi đó các công thức Boolean đa trị (CTBĐT) hay còn gọi là các công thức logic đa trị được xây dựng như sau:*

(i) Mỗi trị trong $\mathcal{B}$ *là một CTBĐT.*

(ii) Mỗi biến trong P là một CTBĐT.

(iii) Mỗi hàm I_b, $b \in \mathcal{B}$ là một CTBĐT.

(iv) Nếu a là một công thức Boolean đa trị thì (a) là một CTBĐT.

(v) Nếu a và b là các CTBĐT thì $a \wedge b$, $a \vee b$ và $\neg a$ là một CTBĐT.

(vi) Chỉ có các công thức được tạo bởi các quy tắc từ (i) – (v) là các CTBĐT.

Ta kí hiệu MVL(P) là tập các CTBĐT xây dựng trên tập các biến P = $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ và tập trị $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, ..., b_k\}$ *gồm k giá trị trên đoạn [0;1], $k \geq 2$* cho trước.

Định nghĩa II.3 [2]

Ta định nghĩa $a \rightarrow b$ tương đương với CTBĐT $(\neg a) \vee b$ và do đó: $a \rightarrow b = max(1- a, b)$.

Định nghĩa II.4 [2]

Mỗi vector các phần tử $v = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ trong không gian $\mathcal{B}^n = \mathcal{B} \times \mathcal{B} \times ... \times \mathcal{B}$ được gọi là một phép gán trị. Như vậy, với mỗi CTBĐT $f \in MVL(P)$ ta có $f(v) = f(v_1, v_2, ..., v_n)$ là trị của công thức f đối với phép gán trị v.

Trong trường hợp không gây ra nhầm lẫn thì ta hiểu kí hiệu $X \subseteq P$ đồng thời biểu diễn cho các đối tượng sau đây:

- Một tập thuộc tính trong P.
- Một tập biến logic trong P.
- Một công thức Boolean đa trị là hội logic của các biến trong X.

Mặt khác, nếu $X = \{B_1, B_2, ..., B_n\} \subseteq P$, ta kí hiệu:

$\wedge X = B_1 \wedge B_2 \wedge ... \wedge B_n$ và gọi là dạng hội.

$vX = B_1 v B_2 v ... v B_n$ và gọi là dạng tuyển.

Ta gọi công thức f: $Z \rightarrow V$ là:

- công thức suy dẫn đa trị nếu Z và V có dạng hội, nghĩa là: $f: \wedge Z \rightarrow \wedge V$.
- công thức suy dẫn đa trị mạnh nếu Z có dạng tuyển và V có dạng hội, nghĩa là:

  $f: vZ \rightarrow \wedge V$.
- công thức suy dẫn đa trị yếu Z có dạng hội và V có dạng tuyển, nghĩa là:

  $f: \wedge Z \rightarrow vV$.
- công thức suy dẫn đa trị đối ngẫu nếu Z và V đều có dạng tuyển, nghĩa là:

  $f: vZ \rightarrow vV$.

Với mỗi tập hữu hạn các CTBĐT $F = \{f_1, f_2, ..., f_m\}$ trong MVL(P), ta xem F như là một công thức dạng $F = f_1 \wedge f_2 \wedge ... \wedge f_m$. Khi đó ta có:

$$F(v) = f_1(v) \wedge f_2(v) \wedge ... \wedge f_m(v).$$

II.2 Bảng trị và bảng chân lý

Với mỗi công thức f trên P, bảng trị của f, kí hiệu V_f chứa n+1 cột, với n cột đầu tiên chứa các giá trị của các biến trong U, còn cột thứ n+1 chứa trị của f ứng với mỗi phép gán trị của dòng tương ứng. Như vậy, bảng trị chứa k^n dòng, n là số phần tử của P, k là số phần tử của $\mathcal{B}$.

Định nghĩa II.5 [2]

Cho $m \in [0;1]$, bảng chân lý ngưỡng m của f hoặc bảng m-chân lý của f , kí hiệu $T_{f,m}$ là tập các phép gán trị v sao cho f(v) nhận giá trị không nhỏ thua m:

$$T_{f,m} = \{v \in \mathcal{B}^n \mid f(v) \geq m\}$$

Khi đó, bảng m-chân lý $T_{F,m}$ của tập hữu hạn các công thức F trên P, chính là giao của các bảng m-chân lý của mỗi công thức thành viên trong F.

$$T_{F,m} = \bigcap_{f \in F} T_{f,m}.$$

Ta có: $v \in T_{F,m}$ khi và chỉ khi $\forall f \in F$: $f(v) \geq m$.

II.3 Suy dẫn logic

Định nghĩa II.6 [2]

Cho f, g là hai CTBĐT và trị $m \in \mathcal{B}$. Ta nói công thức f dẫn ra được công thức g theo ngưỡng m và kí hiệu f

$|=_m$ g nếu $T_{f,m} \subseteq T_{g,m}$. Ta nói f và g là hai công thức tương đương theo ngưỡng m, kí hiệu $f \equiv_m g$ nếu $T_{f,m} = T_{g,m}$.

Với F, G trong MVL(P) và trị m$\in$[0;1], ta nói F dẫn ra được G theo ngưỡng m, kí hiệu F $|=_m$ G nếu $T_{F,m} \subseteq T_{G,m}$. Hơn nữa, ta nói F và G là tương đương theo ngưỡng m, kí hiệu $F \equiv_m G$ nếu $T_{F,m} = T_{G,m}$.

II.4 Công thức Boolean dương đa trị

Định nghĩa II.7 [2]

Công thức f $\in$ MVL(P) được gọi là công thức Boolean dương đa trị (CTBDĐT) nếu f(e) = 1 với e là phép gán trị đơn vị: e = (1, 1, ..., 1), ta kí hiệu MVP(P) là tập toàn bộ các công thức Boolean dương đa trị trên P.

III. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

III.1 Khối m-chân lý của khối dữ liệu

Định nghĩa III.1

Cho R = (id; $A_1, A_2, ..., A_n$), r(R) là một khối trên R, U = $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, |id|=s, ta gọi mỗi vector các phần tử v = $\{v_{i1}, v_{i2}, ..., v_{in}\}_{i=1..s}$ trong không gian $\mathcal{B}^{nxs}$ là một phép gán trị. Như vậy, với mỗi CTBĐT f $\in$ MVL(U) ta có f(v) = f($v_{i1}, v_{i2}, ..., v_{in})_{i=1..t}$ là trị của công thức f đối với phép gán trị v.

Ví dụ III.1: Cho R = ({1,2}, A_1, A_2, A_3), khi đó U = $\{1^{(1)}, 1^{(2)}, 1^{(3)}, 2^{(1)}, 2^{(2)}, 2^{(3)}\}$, $\mathcal{B}$ ={0, 0.5, 1}.

Cho v = $\begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 0.5 \\ 1 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$, f = $1^{(1)}1^{(2)}2^{(1)}2^{(2)} \rightarrow 1^{(3)}2^{(3)}$, khi đó ta có f(v) = max(1 - min(0.5, 1, 1, 0.5), min(0.5, 0.5)).

Suy ra : f (v) = 0.5.

Ta có hai phép gán trị đặc biệt :

Phép gán trị đơn vị : e = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ . & . & . \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, và phép gán trị 0 : z = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ . & . & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Định nghĩa III.2

Cho m $\in$ [0 ;1], khối chân lý ngưỡng m của f hoặc khối m-chân lý của f, kí hiệu $T_{f,m}$ là tập các phép gán trị v sao cho f(v) nhận giá trị không nhỏ thua m:

$$T_{f,m} = \{v \in \mathcal{B}^{nxs} \mid f(v) \geq m\}$$

Khi đó, khối m-chân lý $T_{F,m}$ của tập hữu hạn các công thức F trên U, chính là giao của các khối m-chân lý của mỗi công thức thành viên f trong F.

$$T_{F,m} = \bigcap_{f \in F} T_{f,m} .$$

Ta có: v $\in T_{F,m}$ khi và chỉ khi $\forall f \in F$: f(v) $\geq$ m.

Với $|\mathcal{B}| = k$ thì khi đó $|\mathcal{B}^{nxs}| = k^{nxs}$, ta có định lý sau:

Định lý III.1

Với mỗi khối T={$t_1, t_2, ..., t_d$} $\subseteq \mathcal{B}^{nxs}$ và mỗi dãy trị $m_1, m_2, ..., m_d$ trong $\mathcal{B}$, $1 \leq d \leq k^{nxs}$, tồn tại một CTBĐT f thỏa hai tính chất sau:

(i) $\forall t_i \in T$: $f(t_i) = m_i$,

(ii) $\forall t \in \mathcal{B}^{nxs} \setminus T$: f(t)= 0.

Chứng minh:

Với mỗi $t_i \in T$: $t_i = \{t_{ij1}, t_{ij2}, ..., t_{ijn}\}_{j=1..s}$, $1 \leq i \leq d$, ta xây dựng công thức :

$h_i (x^{(j1)}, x^{(j2)},\ldots, x^{(jn)})_{j=1..s} = \wedge(I_{tij1}(x^{(j1)}), I_{tij2}(x^{(j2)}),\ldots,I_{tijn}(x^{(jn)}), m_i)_{j=1..s}$.

khi đó nếu $(x^{(j1)}, x^{(j2)},\ldots, x^{(jn)})_{j=1..s} = t_i = \{t_{ij1}, t_{ij2}, ..., t_{ijn}\}_{j=1..s}$

thì $h_i (t_i) = m_i$, h_i (t) = 0 với t $\neq t_i$, $1 \leq i \leq d$.

Do vậy, nếu ta đặt: $f(x^{(j1)}, x^{(j2)},\ldots, x^{(jn)})_{j=1..s} = h_1 \vee h_2 \vee \ldots \vee h_d$ thì f chính là công thức cần tìm.

Thật vậy, ta có: $f(t_i) = (h_1 \vee h_2 \vee \ldots \vee h_d)(t_i) = h_1(t_i) \vee h2(t_i) \vee\ldots\vee h_i(t_i) \vee\ldots\vee h_d(t_i)$

Mà theo tính chất của h_i: $h_i (t_i) = h(\{t_{ij1}, t_{ij2}, ..., t_{ijn}\}_{j=1..s}) = \wedge(I_{tij1}(t_{ij1}), I_{tij2}(t_{ij2}),\ldots,I_{tijn}(t_{ijn}), m_i)_{j=1..s} = m_i$,

h_i (t) = 0 với t $\neq t_i$, $1 \leq i \leq d$.

Vậy suy ra: $f(t_i) = m_i$, $1 \le i \le d$ và $\forall\, t \in \mathcal{B}^{nxs} \setminus T$: $f(t)= 0$ $\Rightarrow$ f chính là CTBĐT cần tìm.

Hệ quả III.1: *Với mỗi khối $T \subseteq \mathcal{B}^{nxs}$, $T \neq \varnothing$ và mỗi trị $m>0$ trong $\mathcal{B}$, tồn tại một CTBĐT f nhận T làm khối m-chân lý, tức là $T_{f,m} = T$.*

Chứng minh:

Sử dụng kết quả của định lý III.1 với trường hợp đặc biệt: $m_1 = m_2 = \ldots = m_d = m$ ta thu được CTBĐT f thỏa mãn hai điều kiện:

(i) $\forall\, t_i \in T$: $f(t_i) = m_i$,

(ii) $\forall\, t \in \mathcal{B}^{nxs} \setminus T$: $f(t)= 0$.

Từ đó suy ra: $T_{f,m} = T$.

Định nghĩa III.3

Cho R = (id; $A_1,A_2,...,A_n$), r(R) là một khối trên R, U = $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, mỗi CTBĐT $f \in MVL(U)$ được gọi là công thức Boolean dương đa trị (CTBDĐT) nếu f(e) = 1, với e là phép gán trị đơn vị. Ở đây:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ . & . & . \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ví dụ III.2:

Cho R = ({1,2}, A_1, A_2, A_3), U = {$1^{(1)}$, $1^{(2)}$, $1^{(3)}$, $2^{(1)}$, $2^{(2)}$, $2^{(3)}$}, $\mathcal{B}$ ={0, 0.5, 1}. Khi đó:

- Các công thức: $1^{(1)} \wedge 1^{(2)} \wedge 2^{(1)} \wedge 2^{(2)}$, $1^{(1)} \wedge 1^{(2)} \wedge 2^{(1)} \to 2^{(2)}$ là các CTBDĐT.
- Các công thức : $1^{(2)} \wedge (\neg\, 2^{(3)})$, $(\neg\, 1^{(3)}) \wedge (\neg\, 2^{(1)})$ không phải là các CTBDĐT.

Ta kí hiệu MVP(U) là tập toàn bộ các công thức Boolean dương đa trị trên U.

Định nghĩa III.4

Cho R = (id; $A_1,A_2,...,A_n$), r(R) là một khối trên R, ta kí hiệu d_i là miền trị của thuộc tính A_i (cũng là của thuộc tính chỉ số $x^{(i)}$, $x \in id$), $1 \le i \le n$. Khi đó, với mỗi miền trị d_i ta xét ánh xạ: α_i: d_i x $d_i \to \mathcal{B}$ thỏa các điều kiện sau:

(i) Tính phản xạ: $\forall\, a \in d_i$: $\alpha_i(a,a) = 1$,

(ii) Tính đối xứng: $\forall\, a,b \in d_i$: $\alpha_i(a,b) = \alpha_i(b,a)$,

(iii)Tính đầy đủ: $\forall\, m \in \mathcal{B}$, $\exists\, a,b \in d_i$: $\alpha_i(a,b) = m$.

Như vậy, ta thấy các ánh xạ α_i chính là các quan hệ trên d_i thỏa các tính chất phản xạ, đối xứng và đầy đủ. Quan hệ đẳng thức với logic hai trị $\mathcal{B}$ ={0,1} là trường hợp riêng của quan hệ trên.

Định nghĩa III.5

Cho R = (id; $A_1,A_2,...,A_n$), r(R) là một khối trên R, $u,v \in r$, các ánh xạ α_i xác định trên mỗi miền trị d_i, $1 \le i \le n$. Ta gọi $\alpha(u,v)$ là phép gán trị: $\alpha(u,v) = (\alpha_1(u.x^{(1)},v.x^{(1)}), \alpha_2(u.x^{(2)},v.x^{(2)}), ..., \alpha_n(u.x^{(n)},v.x^{(n)}))_{x \in id}$.

Khi đó, với mỗi khối r ta kí hiệu khối chân lý của khối r là T_r:

$$T_r = \{ \alpha(u,v) \mid u,v \in r \}.$$

Nếu khối r có chứa ít nhất một phần tử u nào đó thì: $\alpha(u,u) = e \Rightarrow e \in T_r$.

Trong trường hợp tập id = {x}, khi đó khối suy biến thành quan hệ và khái niệm khối chân lý của khối lại trở thành khái niệm bảng chân lý của quan hệ trong mô hình dữ liệu quan hệ. Nói một cách khác, khối chân lý của khối là mở rộng khái niệm bảng chân lý của quan hệ trong mô hình dữ liệu quan hệ.

III.2 Phụ thuộc Boole dương đa trị trên khối

Định nghĩa III.5

Cho R = (id; $A_1,A_2,...,A_n$), r(R) là một khối trên R, U = $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, ta gọi mỗi công thức Boolean dương đa trị trong MVP(U) là một phụ thuộc Boolean dương đa trị (PTBDĐT) trên khối.

Ta nói khối r m-thỏa phụ thuộc Boolean dương đa trị f và kí hiệu r(f,m) nếu $T_r \subseteq T_{f,m}$.

Khối r m-thỏa tập phụ thuộc Boolean dương đa trị F và kí hiệu r(F,m) nếu khối r thỏa mọi PTBDĐT f trong F:

$$r(F,m) \Leftrightarrow \forall f \in F: r(f,m) \Leftrightarrow T_r \subseteq T_{F,m}.$$

Nếu có r(f,m) ta cũng nói PTBDĐT f m-đúng trong khối r.

Cho tập PTBDĐT F và một PTBDĐT f:, m∈[0;1]:

- Ta nói F m-dẫn ra f theo khối và kí hiệu F $|-_m$ f nếu: $\forall$ r: r(F,m) $\Rightarrow$ r(f,m).
- Ta nói F m-dẫn ra f theo khối có không quá 2 phần tử và kí hiệu F $|-_{2,m}$ f nếu: $\forall$ r_2 : r_2(F,m) $\Rightarrow$ r_2(f,m).

Ta có định lý tương đương sau:

Định lý III.2

Cho tập PTBDĐT F và một PTBDĐT f , R = (id; $A_1,A_2,...,A_n$), r(R) là một khối trên R, m $\in \mathcal{B}$. Khi đó ba mệnh đề sau là tương đương:

(i) F $|=_m$ f (suy dẫn logic),

(ii) F $|-_m$ f (suy dẫn theo khối),

(iii) F $|-_{2,m}$ f (suy dẫn theo khối có không quá 2 phần tử).

Chứng minh

(i) => (ii): Theo giả thiết ta có $F \mid=_m f \Rightarrow T_{F,m} \subseteq T_{f,m}{}^{(1)}$. Giả sử r là một khối bất kì và r(F,m), khi đó theo định nghĩa: $T_r \subseteq T_{F,m}{}^{(2)}$. Từ (1) và (2) ta suy ra: $T_r \subseteq T_{f,m}$, vậy ta có: r(f,m).

(ii) => (iii): Hiển nhiên, vì suy dẫn theo khối có không quá 2 phần tử là trường hợp đặc biệt của suy dẫn theo khối.

(iii) => (i): Giả sử $t = (x^{(1)}, x^{(2)}, ..., x^{(n)})_{x\in id}$, $t \in T_{F,m}$, ta cần chứng minh $t \in T_{f,m}$.

Thật vậy, nếu t = e thì ta có ngay $t \in T_{f,m}$ vì như ta đã biết f là công thức Boolean dương. Nếu $t \neq e$, ta xây dựng khối r gồm 2 phần tử u và v như sau: $u = (y^{(1)}, y^{(2)}, ..., y^{(n)})_{y\in id}$, $v = (z^{(1)}, z^{(2)}, ..., z^{(n)})_{z\in id}$ sao cho $\alpha(u,v) = t$ (nghĩa là $\alpha_i(y^{(i)},z^{(i)}) = t_i$, $1\leq i \leq n$). Sự tồn tại của các phần tử u và v như trên là do tính chất của các ánh xạ α_i đã nói tới ở trên. Như vậy r là khối có 2 phần tử và $T_r = \{e, t\} \subseteq T_{F,m}$, với e là phần tử của khối mà mọi giá trị thành phần đều bằng 1.

Từ đó suy ra r(F,m). Theo giả thiết thì từ r(F,m) => r(f,m), do đó $T_r \subseteq T_{f,m}{}^{(1)}$.

Từ bao hàm thức (1) ta suy ra $t \in T_{f,m}$.

Trong trường hợp tập id = {x}, khi đó khối suy biến thành quan hệ và định lý m-tương đương ở trên lại trở thành định lý tương đương trong mô hình dữ liệu quan hệ. Cụ thể, ta có hệ quả sau:

Hệ quả III.2

Cho tập PTBDĐT F và một PTBDĐT f , R = (id; $A_1,A_2,...,A_n$), r(R) là một khối trên R, m $\in \mathcal{B}$. Khi đó nếu id = {x} thì khối r suy biến thành quan hệ và ba mệnh đề sau là tương đương:

(i) F $|=_m$ f (suy dẫn logic),

(ii) F $|-_m$ f (suy dẫn theo quan hệ),

(iii) F $|-_{2,m}$ f (suy dẫn theo quan hệ có không quá 2 phần tử).

Định nghĩa III.6

Cho R = (id; $A_1,A_2,...,A_n$), r(R) là một khối trên R, U = $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, m $\in \mathcal{B}$, Σ là tập con các PTBDĐT trên U, ta kí hiệu $(\Sigma,m)^+$ là tập tất cả các PTBDĐT được m-suy dẫn từ Σ, nói một cách khác:

$$(\Sigma,m)^+ = \{g\in \mathrm{MVP}(U) \mid \Sigma \mid=_m g\} = \{ g\in \mathrm{MVP}(U) \mid T_{\Sigma,m} \subseteq T_{g,m} \}.$$

Định nghĩa III.7

Cho R = (id; $A_1,A_2,...,A_n$), r(R) là một khối trên R, U = $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$ m $\in \mathcal{B}$, ta kí hiệu MBDĐT(r,m) là tập tất cả các PTBDĐT m-đúng trong r, nói một cách khác:

$$\text{MBDĐT}(r,m) = \{g\in \mathrm{MVP}(U) \mid r(g,m)\}$$

Như vậy, ta có: $g\in$ MBDĐT(r,m) $\Leftrightarrow g\in$ MVP(U) $\wedge$ $T_r \subseteq T_{g,m}$.

Định lý III.3

Cho R = (id; $A_1,A_2,...,A_n$), r(R) là một khối trên R, U = $\bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, m $\in \mathcal{B}$. Khi đó ta có:

$$(\text{MBDĐT}(r,m),m)^+ = \text{MBDĐT}(r,m).$$

Chứng minh

Theo định nghĩa, ta có: $(MBDĐT(r,m),m)^+ = \{g \in MVP(U) \mid MBDĐT(r,m) \models_m g\}$ (1)

Áp dụng kết quả của định lý ba mệnh đề tương đương cho PTBDĐT, ta lại có:

$$\{g \in MVP(U) \mid MBDĐT(r,m) \models_m g\} = \{g \in MVP(U) \mid MBDĐT(r,m) \vdash_m g\} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra: $(MBDĐT(r,m),m)^+ = MBDĐT(r,m)$.

Vậy hai tập $(MBDĐT(r,m),m)^+$ và $MBDĐT(r,m)$ là hai tập PTBDĐT m-tương đương trên khối.

Hệ quả III.3

Cho $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$, $r(R)$ là một khối trên R, $m \in \mathcal{B}$. Khi đó, nếu $id = \{x\}$ thì khối r suy biến thành quan hệ và ta có trong mô hình dữ liệu quan hệ: $(MBDĐT(r,m),m)^+ = MBDĐT(r,m)$.

Định nghĩa III.8

Cho $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$, $r(R)$ là một khối trên R, $U = \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, $m \in \mathcal{B}$, Σ là tập con các PTBDĐT trên U. Ta nói khối r là m-thể hiện tập Σ nếu $MBDĐT(r,m) \supseteq (\Sigma,m)^+$ và khối r là m-thể hiện chặt tập Σ nếu $MBDĐT(r,m) = (\Sigma,m)^+$.

Nếu khối r là m-thể hiện chặt tập PTBDĐT Σ thì ta nói r là khối m-Armstrong của tập PTBDĐT Σ.

Định lý III.4

Cho $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$, $m \in \mathcal{B}$. Khi đó, với mọi khối r(R) khác rỗng trên R ta có:

$$T_r = T_{MBDĐT(r,m),m.}$$

Chứng minh

Giả sử $g \in MBDĐT(r,m) \Rightarrow$ r là m-thỏa $g \Leftrightarrow T_r \subseteq T_{g,m}$. Từ khối T_r và giá trị m, theo định lý III.1 ta tìm được một công thức Boolean đa trị f thỏa điều kiện: $f(e) = 1$ và $T_{f,m} = T_r$. Như vậy: $e \in T_r = T_{f,m}$ nên f là một CTBDĐT và hơn nữa do $T_r = T_{f,m} \Rightarrow$ r là m-thỏa f, nghĩa là: $f \in MBDĐT(r,m)$.

Ta kí hiệu: $F = MBDĐT(r,m)$, từ chứng minh trên ta có:

- $\forall g \in MBDĐT(r,m) \Rightarrow T_r \subseteq T_{g,m} \Rightarrow T_r \subseteq \bigcap_{g \in F} T_{g,m}$ (3)
- $\exists f \in MBDĐT(r,m)$: $T_r = T_{f,m} \Rightarrow T_r \supseteq \bigcap_{g \in F} T_{g,m}$ (4)

Từ (3) và (4) ta suy ra:

$$T_r = \bigcap_{g \in F} T_{g,m} = T_{F,m}.$$

Vậy: $T_r = T_{MBDĐT(r,m),m.}$

Hệ quả III.4

Cho $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$, $r(R)$ là một khối trên R, $m \in \mathcal{B}$. Khi đó, nếu $id = \{x\}$ thì khối r suy biến thành quan hệ và ta có trong mô hình dữ liệu quan hệ: $T_r = T_{MBDĐT(r,m),m.}$

Định lý III.5

Cho $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$, $U = \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, $m \in \mathcal{B}$, Σ là tập con các PTBDĐT trên U. Khi đó, với mọi khối r(R) khác rỗng trên R ta có: r là m-thể hiện chặt tập PTBDĐT Σ khi và chỉ khi $T_r = T_{\Sigma,m.}$

Chứng minh

Theo định nghĩa, ta có: r là m-thể hiện chặt $\Sigma \Leftrightarrow MBDĐT(r,m) = (\Sigma, m)^+ \Leftrightarrow MBDĐT(r,m) \equiv_m \Sigma$.

Mặt khác: $MBDĐT(r,m) \equiv_m \Sigma \Leftrightarrow T_{MBDĐT(r,m),m} = T_{\Sigma,m.}$ (5)

Áp dụng kết quả của định lý III.4 ta được: $T_r = T_{MBDĐT(r,m),m.}$ (6)

Vậy từ (5) và (6) ta suy ra: $T_r = T_{\Sigma,m}$.

Do đó: r là m-thể hiện chặt tập $\Sigma \Leftrightarrow T_r = T_{\Sigma,m}$.

Hệ quả III.5

Cho $R = (id; A_1,A_2,...,A_n)$, $U = \bigcup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, $m \in \mathcal{B}$, Σ là tập con các PTBDĐT trên U. Khi đó, nếu $id = \{x\}$ thì khối r suy biến thành quan hệ và ta có trong mô hình dữ liệu quan hệ: mọi quan hệ r khác rỗng trên R là m-thể hiện chặt tập PTBDĐT Σ khi và chỉ khi $T_r = T_{\Sigma,m.}$

Hệ quả này chính là kết quả mà ta đã biết trong mô hình dữ liệu quan hệ.

IV. KẾT LUẬN

Từ khái niệm mới được đề xuất là phụ thuộc Boole dương đa trị trên khối, bài báo đã định nghĩa khối chân lý của khối dữ liệu, chứng minh tính đầy đủ của họ hàm I, $\wedge$ và $\vee$, phát biểu và chứng minh định lý tương đương cho các phụ thuộc Boolean dương đa trị trên khối, đặc biệt là điều kiện cần và đủ để một khối là m-thể hiện chặt tập PTBDĐT Σ đã cho… Trong trường hợp tập chỉ số id = {x}, khối suy biến thành quan hệ thì các kết quả này lại trùng với các kết quả đã được nhiều tác giả đưa ra đối với quan hệ trong mô hình dữ liệu quan hệ. Trên cơ sở của các kết quả này ta có thể nghiên cứu tiếp mối quan hệ giữa các loại phụ thuộc logic khác trên lược đồ khối..., một số kết quả khác có thể được xét trong trường hợp riêng của tập các phụ thuộc hàm F như tập các phụ thuộc hàm F_h, tập các phụ thuộc hàm F_{hx} ..., góp phần làm hoàn chỉnh thêm lí thuyết thiết kế mô hình cơ sở dữ liệu dạng khối.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Nguyễn Xuân Huy, Trịnh Đình Thắng, *Mô hình cơ sở dữ liệu dạng khối ,* Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.14, S.3 (52-60), 1998.

[2] Nguyễn Xuân Huy, *Các phụ thuộc logic trong cơ sở dữ liệu,* NXB Thống kê, Hà Nội, 2006.

[3] Trịnh Đình Thắng, Trần Minh Tuyến, *Phép dịch chuyển lược đồ khối và vấn đề biểu diễn bao đóng, khóa trong mô hình dữ liệu dạng khối*, Kỷ yếu Hội thảo quốc gia lần thứ XIII “Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ thông tin và Truyền thông”, (276-286), Hưng Yên, 19-20/08/2010.

[4] Trịnh Đình Thắng, Trần Minh Tuyến, *Khóa và các tập thuộc tính nguyên thủy, phi nguyên thủy với phép dịch chuyển lược đồ khối,* Kỷ yếu Hội thảo quốc gia lần thứ 13 "Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ thông tin và Truyền thông", (159-170), Cần Thơ 07-08/10/2011.

[5] Trịnh Đình Thắng, Trần Minh Tuyến, *Lược đồ cân bằng, vế trái cực tiểu và khóa với phép dịch chuyển lược đồ khối,* Kỷ yếu Hội thảo quốc gia lần thứ XV "Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ thông tin và Truyền thông", (174-179), Hà Nội 03-04/12/2012.

MULTIVALUE POSITIVE BOOLEAN DEPENDENCIES IN THE DATABASE MODEL OF BLOCK FORM

Trinh Dinh Thang, Tran Minh Tuyen, Trinh Ngoc Truc

ABSTRACT — *The report proposed the concept of multivalue positive Boolean dependencies in the database model of block form, proved the sufficient properties of the functions I, $\wedge$ and $\vee$, equivalence of three types derived: logically m-derived, m-derived by block, m-derived by block not exceeding two elements, the necessary and sufficient criteria of the tight expression for the set of multivalue positive Boolean dependencies... In addition, the properties related to this concept while the block degenerate into relationship has been stated and proved here.*