

BIỂU DIỄN VÀ TÍNH TOÁN ƯỚC LƯỢNG GIÁ TRỊ NGÔN NGỮ TRONG BÀI TOÁN RA QUYẾT ĐỊNH ĐA TIÊU CHUẨN

Trần Đình Khang

Viện Công nghệ Thông tin và Truyền thông, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

khangtd@soict.hust.edu.vn

TÓM TẮT— Trong bài toán ra quyết định đa tiêu chuẩn, có các tiêu chuẩn được đánh giá một cách chủ quan bởi con người, thường được lựa chọn trong một tập cho trước các giá trị số hoặc tập nhân ngôn ngữ được sắp xếp. Nhưng cũng có trường hợp người đánh giá còn lưỡng lự trong việc chọn giá trị đánh giá trong tập các giá trị ngôn ngữ, mà chỉ đưa ra các ước lượng kiểu như “ít nhất là Si”, “tốt hơn Si”, “giữa Si và Sj”, “nhỏ hơn Sj” ... Bài báo đề xuất tiếp cận biểu diễn và tính toán với các giá trị như vậy trong bài toán ra quyết định.

Từ khóa— Ước lượng giá trị ngôn ngữ, ra quyết định đa tiêu chuẩn, TOPSIS, HA-Topsis.

I. GIỚI THIỆU

Trong công việc cũng như trong cuộc sống, con người thường đối mặt với các tình huống cần đánh giá, sắp xếp hay lựa chọn ra quyết định trong tập các đối tượng hay phương án chọn để thỏa mãn mục tiêu cho trước, có thể mô hình hóa biểu diễn và xử lý trong bài toán ra quyết định đa tiêu chuẩn [1], trong đó, các phương án, đối tượng được đánh giá bởi nhiều tiêu chuẩn khác nhau. Việc chọn ra phương án phù hợp có ý nghĩa to lớn, nhưng không phải lúc nào cũng dễ dàng, bởi lẽ giữa hai phương án, có thể được đánh giá tốt hơn ở tiêu chuẩn này, nhưng lại kém hơn ở tiêu chuẩn khác. Các tiêu chuẩn thể hiện các ràng buộc, đánh giá, các thuộc tính, đặc trưng, độ đo,... về các đối tượng hay phương án chọn.

Ví dụ, để lựa chọn sinh viên cấp học bổng, tập phương án là danh sách các sinh viên, các tiêu chuẩn là Điểm học tập, Điểm ngoại ngữ, Thư giới thiệu, Phong vấn,...

Các bài toán ra quyết định đa tiêu chuẩn thường được biểu diễn dạng bảng với ma trận đánh giá các tiêu chuẩn cho các phương án. Có nhiều phương pháp cho bài toán ra quyết định, như Topsis, Electre, Promethee,... thường tiếp cận theo hướng so sánh mức độ hơn kém giữa các giá trị đánh giá và tích hợp thành giá trị chung.

Với từng tiêu chuẩn thì các giá trị đánh giá có thể là định lượng, khách quan, nhưng cũng có thể là định tính, chủ quan. Như ở ví dụ trên thì tiêu chuẩn về Điểm học tập, Điểm ngoại ngữ là định lượng, khách quan, tiêu chuẩn về Thư giới thiệu, Phong vấn là định tính, chủ quan. Với các tiêu chuẩn chủ quan thường được con người đánh giá theo một thang điểm cho trước, ví dụ {5, 4, 3, 2, 1}, nhưng như vậy nhiều khi cũng khó cho người đánh giá và có thể mất mát thông tin, như khi đối tượng ở mức xấp xỉ kém hơn trung bình, nhưng người đánh giá buộc phải chọn 2 hoặc 3. Để giải quyết vấn đề này, có thể mở rộng miền trị đánh giá, với các nhân ngôn ngữ {cao, thấp, trung bình, rất cao, tương đối thấp,...}, hay với các giá trị khoảng, giá trị mờ, giá trị trực cảm,... Việc mở rộng này “thân thiện” hơn với người đánh giá, làm tăng khả năng biểu diễn miền trị, nhưng cũng đòi hỏi yêu cầu mở rộng xử lý được các giá trị đánh giá dạng này trong các phương pháp giải bài toán ra quyết định. Nghĩa là, bên cạnh mở rộng tập giá trị, cũng cần biểu diễn được “ngữ nghĩa” của các giá trị đó để có thể xử lý tính toán, sắp thứ tự. Ví dụ, với một tập nhân ngôn ngữ thì có thể gán ngữ nghĩa tính toán của các nhân là các tập mờ để xử lý thông qua các phép toán với tập mờ. Như vậy, mỗi sự mở rộng đòi hỏi khả năng biểu diễn và xử lý được các giá trị trong miền trị, cụ thể, biểu diễn thông qua các cấu trúc, các quy tắc về cú pháp, xử lý thông qua các quy tắc về ngữ nghĩa. Trong đánh giá chủ quan của con người, cũng có thể dùng các ước lượng ngôn ngữ như là “giữa tương đối kém và trung bình”, có thể biểu diễn thành một tập liên tục các nhân ngôn ngữ, như ở tài liệu [2], xây dựng văn phạm sinh cho các ước lượng và phép toán xử lý.

Phương pháp TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) giải quyết bài toán ra quyết định đa tiêu chuẩn [1] là phương pháp ra quyết định với sự không chắc chắn, bởi lẽ các tiêu chuẩn có thể đối lập nhau, tốt ở tiêu chuẩn này nhưng lại kém ở tiêu chuẩn khác. Ý tưởng chính của phương pháp Topsis là bổ sung thêm các phương án lý tưởng tốt và lý tưởng xấu vào tập phương án, rồi sau đó tính khoảng cách của từng phương án tới hai phương án “lý tưởng” đó. Phương án nào càng gần với lý tưởng tốt và xa lý tưởng xấu thì được chọn. Để tính các khoảng cách thì cần chuẩn hóa được các giá trị đánh giá về miền [0,1], đang hạn chế chưa sử dụng được cho các ước lượng giá trị ngôn ngữ, với các thuộc tính đánh giá chủ quan.

Đại số gia từ cung cấp miền giá trị ngôn ngữ theo cấu trúc thứ tự, gần với đánh giá chủ quan của con người, đang được ứng dụng trong nhiều lớp bài toán khác nhau. Đại số gia từ đơn điệu hữu hạn [3] có các tính chất tuyến tính, đơn điệu, hữu hạn có thể dùng làm miền giá trị ngôn ngữ cho các thuộc tính đánh giá phương án trong các bài toán ra quyết định.

Bài báo này xây dựng miền giá trị ngôn ngữ dựa trên đại số gia từ đơn điệu hữu hạn, bổ sung các ước lượng giá trị ngôn ngữ và các phép toán xử lý tương ứng. Từ đó, có thể mở rộng phương pháp Topsis để xử lý được các ước lượng giá trị ngôn ngữ, thành phương pháp Hedge Algebra – Topsis, viết ngắn lại là HA-Topsis.

Cấu trúc bài báo gồm bốn phần. Phần tiếp theo trình bày về miền giá trị ngôn ngữ mở rộng, Phần III đề xuất phương pháp HA-Topsis giải bài toán ra quyết định đa tiêu chuẩn và Phần IV là kết luận.

II. MIỀN GIÁ TRỊ NGÔN NGỮ

A. Tập giá trị ngôn ngữ

Cho đại số gia tử đơn điệu hữu hạn (X, G, H, L, \leq) , với S là tập các giá trị của đại số gia tử, $G = \{c^+, c^-\}$ là các phần tử sinh dương, phần tử sinh âm, H là tập các gia tử gồm các gia tử dương và các gia tử âm, L là độ dài tối đa của các giá trị.

Nhắc lại tính chất của đại số gia tử đơn điệu hữu hạn [3, 4]:

- Tính chất tuyến tính: có thể xây dựng quan hệ thứ tự trong tập H : $h \geq_H k$, nếu h là gia tử dương và k là gia tử âm; hoặc h, k đều dương và h có mức độ nhấn mạnh hơn k ; hoặc h, k đều âm và h có mức độ nhấn yếu hơn k . Ta có $h >_H k$ nếu $h \geq_H k$ và $h \neq k$.
- Tính chất đơn điệu: cho c là phần tử sinh dương và δ là một xâu gia tử thì luôn có $h\delta c \geq k\delta c$ khi và chỉ khi $h \geq_H k$.
- Tính chất hữu hạn: có độ dài của các giá trị của đại số gia tử đều nhỏ hơn hoặc bằng một số nguyên dương L cho trước.

Ví dụ 1: Đại số gia tử đơn điệu hữu hạn $(X, \{cao, thấp\}, \{rất, nhiều, hơi\}, 3, \leq)$, có $rất >_H nhiều >_H hơi$, độ dài của các phần tử ≤ 3 . Tập X hữu hạn, có tổng cộng 26 phần tử, gồm 2 phần tử có độ dài bằng 1, và 6 phần tử có độ dài bằng 2, 18 phần tử có độ dài bằng 3.

Bổ sung thêm các phần tử **1** (tuyệt đối cao), **0** (tuyệt đối thấp) và **W** (trung bình) ta có tập giá trị ngôn ngữ $S = X \cup \{1, 0, W\}$.

Ở ví dụ trên, viết gọn c^+ cho *cao*, c^- cho *thấp*, V cho *rất*, M cho *nhiều*, H cho *hơi*, ta có tập giá trị ngôn ngữ sắp thứ tự gồm 29 phần tử, ký hiệu từ s_{-14} đến s_{14} , có thể dùng làm miền trị cho đánh giá các tiêu chuẩn, thuộc tính tương ứng với các đối tượng trong bài toán ra quyết định:

$$S = \{0, VVc^-, MVc^-, Vc^-, PVc^-, VMc^-, MMc^-, Mc^-, PMc^-, c^-, VPC^-, MPC^-, Pc^-, PPC^-, W, PPC^+, Pc^+, MPC^+, VPC^+, c^+, PMc^+, Mc^+, MMc^+, VMc^+, PVc^+, Vc^+, MVc^+, VVc^+, 1\}$$

Tiếp theo, từ tập giá trị ngôn ngữ $S = \{s_t \mid t = -r, \dots, -1, 0, 1, \dots, r\}$ với r là số nguyên dương, có thể bổ sung các giá trị ngôn ngữ khoảng I_V với $V = \{s_\alpha \mid \alpha \in [p, q] \text{ và } p \leq q\}$.

B. Tập giá trị ngôn ngữ mở rộng với các khoảng

Cho tập các giá trị ngôn ngữ ứng với một biến ngôn ngữ được biểu diễn dưới dạng $S = \{s_t \mid t = -r, \dots, -1, 0, 1, \dots, r\}$. Một tập con V các giá trị ngôn ngữ "liên tiếp", "có thứ tự" được trích ra từ tập S sẽ xác định một giá trị ngôn ngữ khoảng I_V .

Có một số ước lượng giá trị ngôn ngữ hay được sử dụng như: *at most* s_m , *lower than* s_m , *at least* s_m , *greater than* s_m , *between* s_m and s_n có thể mở rộng theo văn phạm sinh từ phần tử bắt đầu T với tập luật sinh sau đây:

$$\begin{aligned} T &::= \langle \text{primary term} \rangle \langle \text{composite term} \rangle; \\ \langle \text{composite term} \rangle &::= \langle \text{unary relation} \rangle \langle \text{primary term} \rangle \mid \\ &\quad \langle \text{binary relation} \rangle \langle \text{primary term} \rangle \langle \text{conjunction} \rangle \langle \text{primary term} \rangle \\ \langle \text{primary term} \rangle &::= s_{-r} \mid \dots \mid s_{-1} \mid s_0 \mid s_1 \mid \dots \mid s_r \\ \langle \text{unary relation} \rangle &::= \text{lower than} \mid \text{greater than} \mid \text{at least} \mid \text{at most} \\ \langle \text{binary relation} \rangle &::= \text{between} \\ \langle \text{conjunction} \rangle &::= \text{and} \end{aligned}$$

Ngữ nghĩa của các ước lượng giá trị ngôn ngữ được định nghĩa:

$$\begin{aligned} \textit{at most } s_m &\text{ sinh ra từ tập } \{s_t \mid s_t \in S \text{ and } s_t \leq s_m\}, \\ \textit{lower than } s_m &\text{ sinh ra từ tập } \{s_t \mid s_t \in S \text{ and } s_t < s_m\}, \\ \textit{at least } s_m &\text{ sinh ra từ tập } \{s_t \mid s_t \in S \text{ and } s_t \geq s_m\}, \\ \textit{greater than } s_m &\text{ sinh ra từ tập } \{s_t \mid s_t \in S \text{ and } s_t > s_m\}, \\ \textit{between } s_m \text{ and } s_n &\text{ sinh ra từ tập } \{s_t \mid s_t \in S \text{ and } s_m \leq s_t \leq s_n\} \end{aligned}$$

Từ đó có được tập các giá trị ngôn ngữ khoảng

$$\Phi = \{\textit{at most } s_m, \textit{lower than } s_m, \textit{at least } s_m, \textit{greater than } s_m, \textit{between } s_m \text{ and } s_n\}$$

mở rộng từ tập giá trị ban đầu S . Ta có $S \cup \Phi$ là tập giá trị ngôn ngữ mới. Cũng có thể mở rộng bằng các văn phạm sinh khác tùy theo bài toán và mục đích sử dụng.

C. Các phép toán và độ đo trên tập giá trị ngôn ngữ

Cho tập giá trị ngôn ngữ mở rộng $S \cup \Phi$ sinh ra từ một đại số gia tử đơn điệu hữu hạn và văn phạm sinh mở rộng các giá trị ngôn ngữ khoảng, thì có thể định nghĩa các phép toán xử lý. Với các tập $V, V_1, V_2 \subset S$, với $V_1 \cap V_2 \neq \emptyset$, sinh ra các giá trị ngôn ngữ khoảng $I_V, I_{V_1}, I_{V_2} \in \Phi$, có:

- ◆ Biên dưới: $(I_V)^- = \min(V) = s_k$, với $s_k \in V$ và $s_k \leq s_i, \forall s_i \in V$
- ◆ Biên trên: $(I_V)^+ = \max(V) = s_k$, với $s_k \in V$ và $s_k \geq s_i, \forall s_i \in V$
- ◆ Phần bù: $(I_V)^c = I_{S \setminus V}$, nếu $\{\min(V) = s_r \text{ hoặc } \max(V) = s_r\}$ và $S \setminus V \neq \emptyset$
- ◆ Phép hợp: $I_{V_1 \cup V_2} =$ sinh ra từ tập $V_1 \cup V_2$, nếu $V_1 \cap V_2 \neq \emptyset$
- ◆ Phép giao: $I_{V_1 \cap V_2} =$ sinh ra từ tập $V_1 \cap V_2$, nếu $V_1 \cap V_2 \neq \emptyset$
- ◆ Toán tử cộng: Cho tham số $\lambda \in [0,1]$, k_1 là chỉ số của $\min(V)$ và k_2 là chỉ số của $\max(V)$ trong tập S , có thể tính giá trị ngôn ngữ trung bình của I_V là $\overline{I_V}$ bằng phép toán $\overline{I_V} = (1-\lambda)\min(V) \oplus \lambda\max(V)$, hay là chỉ số của $\overline{I_V}$ được tính bằng $(1-\lambda)k_1 + \lambda k_2$.
- ◆ So sánh I_{V_1} và I_{V_2} : Dùng $\overline{I_V}$ làm giá trị đại diện của V , ta có $I_{V_1} \geq I_{V_2}$, nếu $\overline{I_{V_1}} \geq \overline{I_{V_2}}$.
- ◆ Tăng độ dài của một tập giá trị ngôn ngữ: Phần tử $\overline{I_V}$ có thể không thuộc S , nhưng được dùng như giá trị bổ sung thêm để tăng độ dài $\#V$ cho I_V khi so sánh với các giá trị khác.

Ví dụ 2: Cho tập S gồm 29 phần tử như ở Ví dụ 1, cho giá trị ngôn ngữ khoảng *at least rất cao* sinh ra từ tập $V = \{s_{11}, \dots, s_{14}\}$, với $\lambda=0.4$ ta được giá trị ngôn ngữ trung bình của *at least rất cao* bằng $s_{11.2}$, vì $0.6 \times 11 + 0.4 \times 14 = 12.2$.

Độ dài của $V = \{s_{11}, \dots, s_{14}\}$, $\#V=4$. Có thể dùng toán tử cộng để tăng độ dài lên $=7$ theo cách như sau:

- $V = \{s_{11}, s_{12}, s_{13}, s_{14}\}$, dùng toán tử cộng, tính được $\overline{I_V} = s_{12.2}$,
- $V_1 = \{s_{11}, s_{12}, s_{12.2}, s_{13}, s_{14}\}$ có $\#V_1=5$
- Chọn $V' = V_1 \setminus \min(V_1) = \{s_{12}, s_{12.2}, s_{13}, s_{14}\}$, dùng toán tử cộng, tính được $\overline{I_{V'}} = s_{12.8}$,
- $V_2 = \{s_{11}, s_{12}, s_{12.2}, s_{12.8}, s_{13}, s_{14}\}$ có $\#V_2=6$
- Chọn $V' = V_2 \setminus \max(V_2) = \{s_{11}, s_{12}, s_{12.2}, s_{12.8}, s_{13}\}$, tính được $\overline{I_{V'}} = s_{11.8}$,
- $V_3 = \{s_{11}, s_{11.8}, s_{12}, s_{12.2}, s_{12.8}, s_{13}, s_{14}\}$ có $\#V_3=7$

Phương pháp dùng toán tử cộng để tăng độ dài của một tập giá trị sẽ được trình bày ở thủ tục dưới đây.

Thủ tục 1:

Vào: Tập giá trị ngôn ngữ V , độ dài $\#V=L$, tham số λ , độ dài mới $L_d > L$

Ra: Tập giá trị $V_d \supset V$, có $\#V_d=L_d$

Phương pháp:

begin

$\overline{I_V} := (1-\lambda)\min(V) \oplus \lambda\max(V)$; $V_d := V \cup \{\overline{I_V}\}$; if $\lambda \geq 0.5$ then op:=1 else op:=0;

for i:=1 to L_d-L-1 do begin

if op=1 then begin $V' = V_d \setminus \max(V_d)$; op:=0 end

else begin $V' = V_d \setminus \min(V_d)$; op:=1 end;

$\overline{I_{V'}} := (1-\lambda)\min(V') \oplus \lambda\max(V')$; $V_d := V_d \cup \{\overline{I_{V'}}\}$; end;

end.

◆ Khoảng cách Euclide: Cho hai tập giá trị ngôn ngữ $V_1, V_2 \subset S$, có các độ dài $\#V_1=L_1, \#V_2=L_2$. $L_d = \max(L_1, L_2)$, phương pháp tính khoảng cách của V_1 và V_2 được thực hiện như sau:

- Nếu $L_1 < L_d$ thì dùng toán tử cộng để tăng độ dài của V_1 , như ở Thủ tục 1, ta được V_1' và $V_2' = V_2$ đều có độ dài L_d .
- Nếu $L_2 < L_d$ thì dùng toán tử cộng để tăng độ dài của V_2 , như ở Thủ tục 1, ta được V_2' và $V_1' = V_1$ đều có độ dài L_d .
- Giả sử các chỉ số của V_1' theo thứ tự tăng dần là $k_1^1, k_2^1, \dots, k_{L_d}^1$ và các chỉ số của V_2' theo thứ tự tăng dần là $k_1^2, k_2^2, \dots, k_{L_d}^2$ thì khoảng cách Euclide của V_1 và V_2 có thể được tính theo công thức sau:

$$d_{ed}(V_1, V_2) = \left(\frac{1}{L_d} \sum_{i=1}^{L_d} \left(\frac{|k_i^1 - k_i^2|}{2r} \right)^2 \right)^{1/2}$$

Ví dụ 3: Cho tập các giá trị ngôn ngữ như ở Ví dụ 1, tính khoảng cách giữa *between tương đối thấp and tương đối cao* và *at least rất cao*.

Ta có $V_1 = \{s_{-2}, s_{-1}, s_0, s_1, s_2\}$, $V_2 = \{s_{11}, s_{12}, s_{13}, s_{14}\}$, chọn $\lambda=0.4$

Từ Ví dụ 2 có $V_2' = \{s_{11}, s_{12}, s_{12.2}, s_{13}, s_{14}\}$ có độ dài 5, để cùng độ dài với V_1 .

$$d_{ed}(V_1, V_2) = \left(\frac{1}{5} \times \left(\frac{-2-11}{28} \right)^2 + \frac{1}{5} \times \left(\frac{-1-12}{28} \right)^2 + \frac{1}{5} \times \left(\frac{0-12.2}{28} \right)^2 + \frac{1}{5} \times \left(\frac{1-13}{28} \right)^2 + \frac{1}{5} \times \left(\frac{2-14}{28} \right)^2 \right)^{1/2} = 0.4446$$

Khoảng cách d_{ed} giữa hai tập giá trị ngôn ngữ cho kết quả thuộc $[0,1]$, $d_{ed}(V_1, V_2) = 0$ nếu $V_1=V_2$ và có $d_{ed}(\{s_{-r}\}, \{s_r\}) = 1$.

Với các phép toán và độ đo trên, cho phép so sánh và tính khoảng cách giữa các giá trị ngôn ngữ và có thể dùng tập $S \cup \Phi$ làm miền giá trị đánh giá các phương án theo tiêu chuẩn trong bài toán ra quyết định.

III. PHƯƠNG PHÁP HA-TOPSIS

TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) là một phương pháp giải bài toán ra quyết định đa tiêu chuẩn được đề xuất bởi C. L. Hwang và K. Yoon năm 1981. Ý tưởng chính của phương pháp TOPSIS là bổ sung thêm phương án lý tưởng tốt và phương án lý tưởng xấu, sau đó tính khoảng cách của từng phương án tới các phương án lý tưởng. Phương án nào càng gần với lý tưởng tốt, xa lý tưởng xấu thì được chọn.

Để áp dụng phương pháp TOPSIS thì cần chuẩn hóa được các giá trị đánh giá phương án, chuyển về miền $[0,1]$, các giá trị “tốt” gần với 1, “kém” gần với 0, chỉ thực hiện được với các tiêu chuẩn hay thuộc tính có miền giá trị số. Với các tiêu chuẩn hay thuộc tính chủ quan, định tính thì cần phải được lượng hóa về một thang đo cho trước, đang là hạn chế của phương pháp.

Với các kết quả trong Phần II cho phép xử lý được các giá trị và các ước lượng ngôn ngữ, mở rộng cho các tiêu chuẩn định tính, cho phép các đánh giá “tự nhiên” hơn. Từ đó có thể đề xuất phương pháp HA-Topsis dựa trên ý tưởng của TOPSIS.

Cho n tiêu chuẩn X_1, X_2, \dots, X_n với bộ trọng số $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, cho m phương án A_1, A_2, \dots, A_m . Trong các tiêu chuẩn có các tiêu chuẩn định lượng và tiêu chuẩn định tính biểu diễn trong miền $S \cup \Phi$. Sự mở rộng HA-Topsis so với TOPSIS cho phép tính toán với các giá trị miền $S \cup \Phi$ ở các bước của phương pháp.

- Bước 1: Chuẩn hóa các giá trị của các tiêu chuẩn định lượng, được r_{ij} , với i là chỉ số của các tiêu chuẩn định lượng, $j=1, \dots, n$. Với các thuộc tính định tính thì r_{ij} chính là giá trị ngôn ngữ trong miền $S \cup \Phi$.
- Bước 2: Tính các phương án lý tưởng tốt $A^* = (r_1^*, r_2^*, \dots, r_n^*)$ và phương án lý tưởng xấu $A^- = (r_1^-, r_2^-, \dots, r_n^-)$, với $r_j^* = \text{Max}_{i=1, \dots, m} \{r_{ij}\}$, $r_j^- = \text{Min}_{i=1, \dots, m} \{r_{ij}\}$. Trong đó, với các thuộc tính định tính thì dùng phép so sánh như ở Phần 2.3.
- Bước 3: Tính các khoảng cách d_{ij}^* và d_{ij}^- tới phương án lý tưởng tốt và phương án lý tưởng xấu

$$\text{Với các thuộc tính định lượng: } d_{ij}^* = |r_{ij} - r_j^*|, \quad d_{ij}^- = |r_{ij} - r_j^-|$$

$$\text{Với các thuộc tính định tính: } d_{ij}^* = d_{ed}(r_{ij}, r_j^*), \quad d_{ij}^- = d_{ed}(r_{ij}, r_j^-) \text{ tính như ở Phần 2.3}$$

- Bước 4: Tính khoảng cách của từng phương án tới phương án lý tưởng tốt và phương án lý tưởng xấu: $S_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^n (w_j d_{ij}^*)^2}$, $S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (w_j d_{ij}^-)^2}$, với $i=1, \dots, m$.
- Tính độ tương tự tới phương án lý tưởng $C_i^* = \frac{S_i^-}{S_i^* + S_i^-}$, với $i=1, \dots, m$. Có $0 \leq C_i^* \leq 1$, $C_i^* = 0$ tại phương án lý tưởng xấu và $C_i^* = 1$ tại phương án lý tưởng tốt. Chọn phương án có C_i^* tốt nhất.

Ví dụ 4: Lựa chọn cấp học bổng cho sinh viên $\{A, B, C, D, E, F\}$, các thuộc tính định lượng: Điểm học tập, Điểm ngoại ngữ, các thuộc tính định tính: Thư giới thiệu, Phòng vấn, theo bảng sau:

Sinh viên	Điểm ngoại ngữ	Điểm học tập	Thư giới thiệu	Phỏng vấn
A	690	3.1	{s ₅ , s ₆ , s ₇ }	{s ₋₂ , s ₋₁ , s ₀ }
B	590	3,9	{s ₂ , s ₃ , s ₄ , s ₅ }	{s ₁₁ , s ₁₂ , s ₁₃ , s ₁₄ }
C	600	4.0	{s ₇ , s ₈ , s ₉ , s ₁₀ }	{s ₅ , s ₆ , s ₇ }
D	620	3.8	{s ₁₁ , s ₁₂ , s ₁₃ , s ₁₄ }	{s ₂ , s ₃ , s ₄ , s ₅ }
E	700	2.8	{s ₋₂ , s ₋₁ , s ₀ }	{s ₂ , s ₃ , s ₄ , s ₅ }
F	650	3.6	s ₁₁	{s ₇ , s ₈ , s ₉ , s ₁₀ }
Trọng số	0.3	0.3	0.2	0.2

Giải thích: Tập S như ở Ví dụ 1, *rất cao* – s₁₁, *at least rất cao* – {s₁₁, s₁₂, s₁₃, s₁₄}, *between nhiều cao and tương đối rất cao* – {s₇, s₈, s₉, s₁₀}, *between cao and nhiều cao* – {s₅, s₆, s₇}, *between tương đối cao and cao* – {s₂, s₃, s₄, s₅}, *between tương đối thấp and trung bình* – {s₋₂, s₋₁, s₀}, chọn $\lambda = 0.4$.

Thực hiện qua các bước:

Bước 1: Chuẩn hoá các giá trị định lượng (theo chuẩn hóa vector $r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m x_{kj}^2}}$), $j=1, 2$.

	X1	X2	X3	X4
A	0.4381	0.3555	{s ₅ , s ₆ , s ₇ }	{s ₋₂ , s ₋₁ , s ₀ }
B	0.3746	0.4472	{s ₂ , s ₃ , s ₄ , s ₅ }	{s ₁₁ , s ₁₂ , s ₁₃ , s ₁₄ }
C	0.3809	0.4587	{s ₇ , s ₈ , s ₉ , s ₁₀ }	{s ₅ , s ₆ , s ₇ }
D	0.3936	0.4357	{s ₁₁ , s ₁₂ , s ₁₃ , s ₁₄ }	{s ₂ , s ₃ , s ₄ , s ₅ }
E	0.4444	0.3211	{s ₋₂ , s ₋₁ , s ₀ }	{s ₂ , s ₃ , s ₄ , s ₅ }
F	0.4127	0.4128	s ₁₁	{s ₇ , s ₈ , s ₉ , s ₁₀ }

Bước 2: Các phương án lý tưởng

$$A^* = (0.4444, 0.4587, \{s_{11}, s_{12}, s_{13}, s_{14}\}, \{s_{11}, s_{12}, s_{13}, s_{14}\})$$

$$A^- = (0.3746, 0.3211, \{s_{-2}, s_{-1}, s_0\}, \{s_{-2}, s_{-1}, s_0\})$$

Bước 3: khoảng cách d_{ij}^* và d_{ij}^- tới phương án lý tưởng

d_{ij}^*	X1	X2	X3	X4
A	0.0063	0.1032	0.2345	0.4842
B	0.0698	0.0115	0.3214	0
C	0.0635	0	0.1429	0.2345
D	0.0508	0.0230	0	0.3214
E	0	0.1376	0.4842	0.3214
F	0.0317	0.0459	0.0668	0.1429

d_{ij}^-	X1	X2	X3	X4
A	0.0635	0.0344	0.25	0
B	0	0.1261	0.1633	0.4842
C	0.0063	0.1376	0.3415	0.25
D	0.0190	0.1146	0.4842	0.1633
E	0.0698	0	0	0.1633
F	0.0381	0.0917	0.4296	0.3415

Bước 4: Tính khoảng cách tới phương án lý tưởng

$$S^* = (0.1120, 0.0677, 0.0581, 0.0664, 0.1233, 0.0357)$$

$$S^- = (0.0545, 0.1090, 0.0942, 0.1080, 0.0388, 0.1137)$$

Bước 5: Độ đo tương tự tới giải pháp lý tưởng

$$C^* = (0.3273, 0.6169, 0.6185, 0.6193, 0.2394, 0.7610)$$

Lựa chọn: Theo C*: sinh viên F tốt nhất, các sinh viên B, C, D xấp xỉ nhau.

Phương pháp HA-Topsis có ưu thế là biểu diễn và xử lý các giá trị ngôn ngữ kết hợp với các ước lượng ngôn ngữ, cho các đánh giá chủ quan, định tính. Các tham số của phương pháp gồm có λ cho giá trị ngôn ngữ đại diện của tập giá trị ngôn ngữ và các tham số đại số gia tử làm tập nền cho các ước lượng ngôn ngữ. Có thể điều chỉnh các tham

số đó phù hợp với ngữ cảnh bài toán. Trong Ví dụ 4 chọn tham số $\lambda = 0.4$, ta có thứ tự $F > D > C > B > A > E$, nhưng nếu chọn λ khác thì có thể có thứ tự khác.

Ví dụ 5: Với đầu vào bài toán giống như ở Ví dụ 4, nhưng tham số $\lambda = 0.8$, ta có các khoảng cách ở Bước 3 như sau:

d_{ij}^*	X1	X2	X3	X4
A	0.0063	0.1032	0.2273	0.4770
B	0.0698	0.0115	0.3214	0
C	0.0635	0	0.1429	0.2273
D	0.0508	0.0230	0	0.3214
E	0	0.1376	0.4770	0.3214
F	0.0317	0.0459	0.0668	0.1429

d_{ij}^-	X1	X2	X3	X4
A	0.0635	0.0344	0.25	0
B	0	0.1261	0.1560	0.4770
C	0.0063	0.1376	0.3342	0.25
D	0.0190	0.1146	0.4770	0.1560
E	0.0698	0	0	0.1560
F	0.0381	0.0917	0.4241	0.3342

Tính khoảng cách tới phương án lý tưởng:

$$S^* = (0.1101, 0.0677, 0.0570, 0.0664, 0.1222, 0.0357)$$

$$S^- = (0.0545, 0.1073, 0.0931, 0.1063, 0.0376, 0.1124)$$

Độ đo tương tự tới giải pháp lý tưởng:

$$C^* = (0.3311, 0.6131, 0.6203, 0.6155, 0.2353, 0.7589)$$

Ta có thứ tự: $F > C > D > B > A > E$.

Như vậy F là phương án tốt nhất, nhưng thứ tự giữa C và D đã khác, có $C > D$, trong khi với $\lambda = 0.4$ thì $D > C$. Tham số λ đã ảnh hưởng đến việc chọn giá trị ngôn ngữ đại diện trong quá trình thực hiện phương pháp.

Trên đây là thủ tục tính toán và ví dụ về phương pháp HA-Topsis giải quyết bài toán ra quyết định đa tiêu chuẩn. Đây là bài toán không phải lúc nào cũng tìm được lời giải tối ưu, bởi lẽ các tiêu chuẩn có thể xung đột nhau, một phương án có thể tốt ở tiêu chuẩn này nhưng kém ở tiêu chuẩn khác. Để tìm ra phương án “đủ tốt”, “chấp nhận được” thì cần lựa chọn được các tham số phù hợp. Trong phương pháp HA-Topsis thì các tham số là bộ trọng số, lựa chọn công thức chuẩn hóa, tính khoảng cách, tham số λ, \dots hoặc các thông tin bổ sung khác.

IV. KẾT LUẬN

Nội dung bài báo đã đưa ra một tiếp cận biểu diễn và xử lý các giá trị và khoảng giá trị ngôn ngữ dựa trên tập nền đại số gia tử đơn điệu hữu hạn. Các phép toán trên tập giá trị ngôn ngữ cho phép so sánh, tính khoảng cách giữa các giá trị, để áp dụng vào các phương pháp giải bài toán ra quyết định. Đại số gia tử đơn điệu hữu hạn có những tính chất đặc thù, có thể tiếp tục khai thác cho các phương pháp xử lý thông tin dạng ngôn ngữ, định tính, ... trong các lớp bài toán khác nhau. Phương pháp HA-Topsis là một mở rộng của TOPSIS, xử lý được các giá trị và khoảng giá trị ngôn ngữ giống như cách hiểu, cách ước lượng và đánh giá chủ quan của con người, phù hợp với lớp bài toán có các tiêu chuẩn định tính. Ra quyết định đa tiêu chuẩn là bài toán ra quyết định với sự không chắc chắn, không phải lúc nào cũng tìm được lời giải tối ưu. Việc bổ sung thêm các phương thức biểu diễn và xử lý gần với cách xử lý của con người hứa hẹn cung cấp các trợ giúp hiệu quả hơn trong việc phân tích và chọn lựa các tham số phù hợp để tính ra được các lời giải “tốt”. Nội dung bài báo có thể tiếp tục phát triển theo khía cạnh xác định tham số phù hợp cũng như các mở rộng các phép toán xử lý với ước lượng giá trị ngôn ngữ.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] J. F. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott, Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys, Kluwer Academic Publishers, 2005.
- [2] Huchang Liao, Zeshui Xu, Xiao-Jun Zeng, Hesitant Fuzzy Linguistic VIKOR Method and Its Application in Qualitative Multiple Criteria Decision Making, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 23, No. 5, p.1343-1355, October 2015.
- [3] Trần Đình Khang, Tạ Quang Trung, Lê Anh Phương, Xây dựng ánh xạ ngược của gia tử, Tạp chí Tin học và Điều khiển học, Tập 26, số 2, ISSN 1813-9663, trang 119-129, 2010
- [4] Trần Đình Khang, Luật chuyển gia tử và tính chất bao hàm, Tạp chí Tin học và Điều khiển học, Tập 24, số 2, trang 97-106, 2008.

REPRESENTING AND COMPUTING FUZZY LINGUISTIC QUANTIFIERS IN MULTI CRITERIA DECISION MAKING PROBLEMS

Tran Dinh Khang

ABSTRACT— *The fuzzy linguistic quantifiers such as “at least S_i ”, “greater than S_i ”, “between S_i and S_j ”, “lower than S_j ” ... have turned out to be a powerful and flexible technique in representing decision makers’ qualitative assessments in the processes of decision making. In this paper we propose an approach for representing and manipulating such values in multi criteria decision making problems. To do so, we define a fuzzy linguistic term set based on monotone hedge algebra containing linguistic values and intervals of linguistic values. In addition, some operations of these values are given in order to extend the Topsis method to HA-Topsis. A numerical example is provided to demonstrate the advantages and practicality of the method.*